

## ESTUDO NUMÉRICO APLICADO À MELHORIA DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE PLACAS FINAS DE AÇO COM ENRIJECEDORES SUBMETIDAS À FLEXÃO

### *NUMERICAL STUDY APPLIED TO THE IMPROVEMENT OF THE MECHANICAL BEHAVIOR OF THIN STEEL STIFFENED PLATES SUBJECTED TO BENDING*

Alexandro Pereira Ramos<sup>1</sup>

Mauro de Vasconcellos Real<sup>2</sup>

Liércio André Isoldi<sup>3</sup>

**Resumo:** O presente trabalho realiza uma análise numérica, por meio de modelos computacionais baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF) e desenvolvidos no software ANSYS®, sobre o comportamento mecânico de chapas finas de aço. Essas estruturas são amplamente utilizadas em engenharia, especialmente nas indústrias naval e offshore, devido à sua capacidade de resistir mecanicamente a cargas, apesar de seu peso relativamente baixo. Inicialmente, estudou-se uma placa quadrada de aço sem enrijecedores, simplesmente apoiada em suas quatro bordas, submetida à flexão (devido a uma carga aplicada transversal uniforme), sendo seu deslocamento transversal máximo adotado como referência. Em seguida, foi adotado o parâmetro fração volumétrica ( $\varphi$ ), que representa a razão entre o volume dos enrijecedores e o volume total da placa enrijecida. Considerou-se um valor de  $\varphi = 0,50$ , destacando-se que o volume total de aço utilizado para a placa de referência (sem enrijecedores) foi mantido constante para as placas com enrijecedores. Além disso, o comprimento e a largura da placa de referência também foram preservados, de tal forma que o parâmetro  $\varphi$  altera somente a espessura da placa de referência para a definição das placas com enrijecedores. A partir disso, diferentes configurações geométricas para as placas com enrijecedores foram propostas, pela variação do número de enrijecedores e pela variação da razão entre a altura e a espessura dos enrijecedores. O objetivo principal é determinar a configuração geométrica que minimiza a deflexão máxima das placas com enrijecedores. Os resultados obtidos indicaram que é possível melhorar o comportamento mecânico relacionado ao deslocamento transversal da placa em torno de 600%, quando a melhor configuração geométrica é comparada com a placa de referência (sem enrijecedores).

**Palavras-chave:** Flexão. Placa com enrijecedores. ANSYS®. Método dos Elementos Finitos. Simulação Numérica.

**Abstract:** The present work performs a numerical analysis, by means computational models based on Finite Element Method (FEM) and developed in ANSYS® software, about the mechanical behavior of thin steel plates. These structures are widely employed in engineering, especially naval and offshore industries, due to its capacity to mechanically resist loads, despite its relatively low weight. Initially, it was studied a square steel plate with no stiffeners, simply

<sup>1</sup> Mestrando em Engenharia Oceânica, Universidade federal do Rio Grande - FURG. eng.mec.ramos@gmail.com

<sup>2</sup> Professor Dr., Universidade Federal do Rio Grande - FURG. mauroreal@furg.br.

<sup>3</sup> Professor Dr., Universidade Federal do Rio Grande - FURG. liercioisoldi@furg.br.

supported in its four edges, submitted to bending (due to a transverse uniform applied load), being its maximum transverse displacement adopted as reference. After that, we adopted the volume fraction ( $\varphi$ ) parameter, which represents the ratio between the stiffeners volume and the total volume of the stiffened plate. A value of  $\varphi = 0,50$  was considered, highlighting that the total steel volume used for the reference plate (with no stiffeners) was kept constant for the plates with stiffeners. Besides, the length and width of the reference plate was also preserved, in such a way that the parameter changes only the thickness of the reference plate for the definition of the stiffened plates. From this, different geometric configurations for the stiffened plates were proposed, by the variation of number of stiffeners and the variation of the ratio between the height and thickness of the stiffeners. The main goal is to determine the geometric configuration that minimizes the maximum deflection of the stiffened plates. The obtained results indicated that it is possible to improve the mechanical behavior related to plate transversal displacement around 600%, when the best geometric configuration is compared with the reference plate (with no stiffeners).

**Keywords:** Bending. Stiffened Plates. ANSYS®. Finite Element Method. Numerical Simulation.

# 1 INTRODUÇÃO

A crescente necessidade de estruturas com propriedades mecânicas superiores, impulsionam novos projetos com variados arranjos geométricos. Em todos os tipos de projetos, a busca pela melhor relação custo-benefício é indispensável para o sucesso de um projeto. Incontáveis são as aplicações de placas finas em diversas áreas da engenharia e, em especial, da indústria da construção naval e offshore (REAL e ISOLDI, 2010).

Placas são elementos utilizados em grande escala pelo setor da indústria da construção naval e offshore. Tendo em vista as dificuldades econômicas que vem enfrentando este setor e o país, investir em conhecimento destes elementos de forma a melhorar a relação custo e benefício se torna primordial.

As placas finas são componentes estruturais tridimensionais, planos e retos, nos quais sua espessura é menor que um décimo do valor de seu comprimento e que sua largura (SZILARD, 2004).

A estrutura global de um navio é habitualmente exposta como sendo uma viga caixão ou viga casco. Normalmente, isto é feito projetando a viga de casco com uma série de painéis rígidos (RIGO e RIZZUTO, 2003). Já as estruturas principais de casco de navio como conveses, cascas, e anteparos são compostas de painéis rígidos, os quais incluem as placas com enrijecedores. Estes componentes estruturais devem suportar diferentes tipos de solicitações mecânicas, como as forças laterais geradas pela pressão da água (OKUMOTO et al., 2009).

Existem vários estudos experimentais, analíticos e numéricos relacionados ao comportamento mecânico de placas finas de aço, com e sem enrijecedores, submetidas à flexão. A seguir, alguns desses trabalhos que utilizaram uma abordagem numérica serão brevemente descritos.

Hasan (2007), realizou simulações para avaliar, através do método dos elementos finitos (MEF), qual a melhor configuração de localização de enrijecedores, diante de uma dada carga, conduziam a um aumento na rigidez da placa de formato quadrado.

Yousif et al. (2008), investigaram a influência da altura de um enrijecedor, na redução da tensão máxima da placa quadrada, engastada nas quatro arestas, sujeita a carga de pressão. Diferentes conjuntos de reforços de placa foram testados para encontrar os efeitos da espessura do reforço e do carregamento transversalmente distribuído na avaliação da altura do enrijecedor.

Jain (2009) analisou os efeitos provocados pela flexão oriunda de um carregamento estático transversal na distribuição de tensões e deflexões em placas retangulares de material isotrópico e ortotrópico, com perfurações circulares centralizadas.

Silva (2010) realizou uma análise em lajes nervuradas, com dimensões usuais, considerando a influência ou não da excentricidade na placa-viga, no comportamento da estrutura.

Banerjee et al. (2013), estudou a geração de flexão causada pela aplicação de um carregamento transversal uniformemente distribuído em uma placa de material isotrópico e compósito com orifícios circulares centralizados.

Helbig et al. (2013), realizou uma análise numérica do comportamento de tensões e deflexões em placas finas, as quais são fabricadas com diferentes tipos de materiais compósitos, submetidas a carregamento transversal uniformemente distribuído, em comparação com uma placa de aço sob as mesmas condições.

Rackow (2015) ressalta em seu estudo que a utilização de enrijecedores é uma prática bastante comum, porém ainda deficiente de equações e soluções analíticas.

Troina et al. (2017), realizou a verificação de modelos computacionais para a análise de deflexão em placas enrijecidas, analisadas sob esforços transversais uniformemente distribuídos por meio de comparação entre os resultados numéricos obtidos em seu estudo e os resultados encontrados em referências científicas publicadas por outros autores.

Queiroz et al. (2017), verificou, por meio de análise de deflexões, modelos numéricos para placas com e sem enrijecedores submetidas a carregamento transversal uniformemente distribuído, comparando os

resultados numéricos obtidos com resultados obtidos por outros autores e, quando possível, por soluções analíticas.

Cunha et al. (2018), realizou a avaliação de diferentes configurações geométricas de placas enrijecidas submetidas a uma carga transversal uniformemente distribuída, otimizando geometricamente de modo a obter a mínima deflexão central da placa.

### **1.1 Objetivo Geral**

No presente trabalho, estudou-se numericamente o comportamento de placas finas de aço com e sem enrijecedores submetidas à flexão, simplesmente apoiadas em todos os lados e submetidas a um carregamento distribuído uniformemente de modo a realizar uma avaliação geométrica do uso de enrijecedores, visando minimizar a deflexão máxima da placa de forma a conduzir a um desempenho superior. Para tanto, recorreu-se a modelos computacionais desenvolvidos no software ANSYS®, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), os quais foram desenvolvidos e verificados, tanto para a placa sem enrijecedores como para as placas com enrijecedores.

### **1.2 Objetivos Específicos**

- Desenvolver um modelo computacional para placas finas de aço com e sem enrijecedores submetidas à flexão;
- Verificar o modelo computacional desenvolvido;
- Simular numericamente o comportamento mecânico das placas conforme vão sendo testados os arranjos geométricos de enrijecedores com as suas devidas variações dimensionais de modo a conduzir a um desempenho superior;
- Avaliar a influência do número de enrijecedores no comportamento mecânico da placa;
- Avaliar a influência da largura ( $te$ ) e altura ( $he$ ) dos enrijecedores no comportamento mecânico da placa.

- Identificar a configuração geométrica melhor dentre as avaliadas, visando minimizar a deflexão máxima e tensão máxima.

## 2 TEORIA DE PLACAS

Atualmente, existem diversas áreas da engenharia que utilizam placas finas como elementos estruturais. Muitas estruturas como plataformas petrolíferas, submarinos, cascos de navios, bem como lajes e anteparos na construção civil e peças de maquinaria são projetadas de acordo com a teoria de flexão de placas (REAL e ISOLDI, 2010).

Placas são os elementos estruturais tridimensionais, laminares, com duas superfícies planas e retas, distanciadas entre si por uma distância designada por espessura ( $t$ ). Quando esta espessura é muito pequena quando comparada as outras dimensões da placa, largura ( $a$ ) e comprimento ( $b$ ), trata-se de uma placa fina (SZILARD, 2004).

Muitas estruturas navais e offshore são projetadas de acordo com a teoria de flexão de placas. A análise desses componentes estruturais consiste na solução de uma equação diferencial que é função da deflexão, dos carregamentos aplicados e da rigidez da placa. Outras grandezas como as forças e momentos devem ser determinadas a partir da deflexão (JAWAD, 1994).

Segundo Szilard (2004), a teoria clássica de placas finas de Kirchhoff é empregada na maioria das aplicações de engenharia. As hipóteses consideradas para a dedução da equação diferencial governante da placa em termos de suas deflexões transversais  $W(x,y)$  são: o material da placa é homogêneo, isotrópico e linear-elástico; a placa é inicialmente reta; o plano médio da placa não sofre deformação durante a flexão (ver Fig. 1); a menor dimensão lateral da placa é no mínimo dez vezes maior que a sua espessura  $t$ ; deflexões transversais  $W(x,y)$  da placa são pequenas se comparadas com sua espessura  $t$ ; as inclinações do plano médio da placa (rotações) são pequenas quando comparadas com a unidade; as seções planas e normais ao plano médio da placa antes da deformação permanecem planas e normais ao plano

médio após a deformação; a tensão normal  $\sigma_z$  na direção transversal à placa pode ser desprezada.

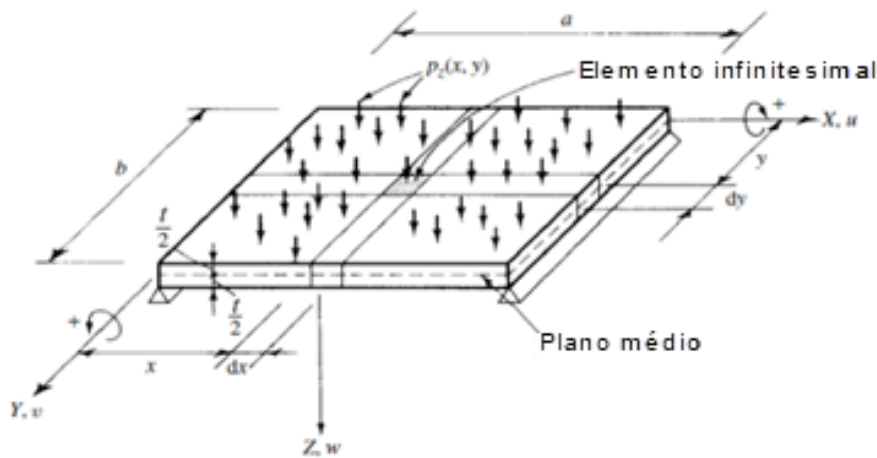


Figura 1. Placa fina com carregamento distribuído transversalmente aplicado (Adaptado de SZILARD, 2004)

Com base nas hipóteses simplificativas apresentadas, a relação entre a deformação e a deflexão na placa são definidas por (Jawad, 1994):

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = -z \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial^2 W / \partial X^2 \\ \partial^2 W / \partial Y^2 \\ \partial^2 W / \partial X \partial Y \end{Bmatrix} \quad (1)$$

onde:  $\varepsilon_x$  é a deformação normal na direção  $x$ ,  $\varepsilon_y$  é a deformação normal na direção  $y$  e  $\gamma_{xy}$  é a deformação por cisalhamento no plano  $x$ - $y$ .

Já a relação entre as tensões que surgem na placa e sua deflexão são dadas por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1 + \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

sendo:  $\sigma_x$  a tensão normal na direção  $x$ ,  $\sigma_y$  a tensão normal na direção  $y$ ,  $\tau_{xy}$  a tensão de cisalhamento no plano  $x$ - $y$ , e  $E$  e  $\nu$ , respectivamente, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do material da placa.

A relação entre os momentos atuantes na placa e as tensões definidas na Eq. (2) é:

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ -M_{xy} \end{pmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} Z dZ \quad (3)$$

onde:  $M_x$  e  $M_y$  são os momentos fletores por unidade de comprimento em relação, respectivamente às direções  $x$  e  $y$  e  $M_{xy}$  é o momento torçor por unidade de comprimento em relação ao plano  $x$ - $y$ . Considerando as Eqs. (1) e (2), a Eq. (3) pode ser reescrita como:

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = -D \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -(1-\nu) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \partial^2 W / \partial X^2 \\ \partial^2 W / \partial Y^2 \\ \partial^2 W / \partial X \partial Y \end{pmatrix} \quad (4)$$

sendo  $D$  a rigidez flexural da placa, dada por:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (5)$$

Então, para a obtenção da equação diferencial governante é necessário aplicar as equações de equilíbrio estático para um elemento infinitesimal da placa submetido a um carregamento transversal  $P_z$ . Igualando a zero o somatório de forças na direção  $z$ , o somatório de momentos em relação ao eixo  $x$  e o somatório de momentos em relação ao eixo  $y$ , respectivamente, são definidas:

$$P_z + \frac{\partial Q_x}{\partial X} + \frac{\partial Q_y}{\partial Y} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial Q_y}{\partial Y} = \frac{\partial^2 M_y}{\partial Y^2} - \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial X \partial Y} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial X} = \frac{\partial^2 M_x}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial X \partial Y} = 0 \quad (8)$$

onde:  $Q_x$  e  $Q_y$  são esforços cortantes por unidade de comprimento relativos, respectivamente, às direções  $x$  e  $y$ .

Substituindo as Eqs. (7) e (8) na Eq. (6), a equação diferencial do equilíbrio do elemento infinitesimal da placa é dada por:

$$P_z + \frac{\partial^2 M_X}{\partial X^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{XY}}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial^2 M_Y}{\partial Y^2} = 0 \quad (9)$$

E, finalmente, substituindo a Eq. (4) na Eq. (9), a equação diferencial governante para uma placa fina é definida como:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial X^2 \partial Y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial Y^4} = \frac{p_z(x, y)}{D} \quad (10)$$

A solução da Eq. (10) produz uma expressão para a deflexão  $W$  da placa.

### 3 MODELAGEM COMPUTACIONAL

Com o objetivo de avaliar numericamente como se comportam as deflexões em uma placa fina, fez-se uso do *software ANSYS®*, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), que por sua vez, é uma das técnicas de análise numérica para a resolução de problemas das diversas áreas da engenharia.

O MEF é baseado na divisão do domínio de integração, contínuo, em um número finito de pequenas regiões denominadas elementos finitos, transformando o meio contínuo em discreto. O comportamento de cada elemento é arbitrado de forma aproximada, com a condição de que a malha formada pelos elementos se comporte de forma semelhante ao contínuo inicial.

No presente estudo, foi utilizado o elemento finito do tipo SOLID95 (Fig. 2), do *software ANSYS®*. O elemento finito SOLID95 pode assumir formas alternativas sem tanta perda de precisão (MOAVENI, 1999). O SOLID95 tem deslocamentos compatíveis com as formas, tornando-se adequado para a modelagem de placas e cascas finas. O elemento é definido por 20 nós, tendo três graus de liberdade por nó, correspondendo aos deslocamentos nas três direções definidas de deslocamento. As deformações têm um comportamento linear dentro do elemento o que permite uma representação mais precisa do campo de deformações.

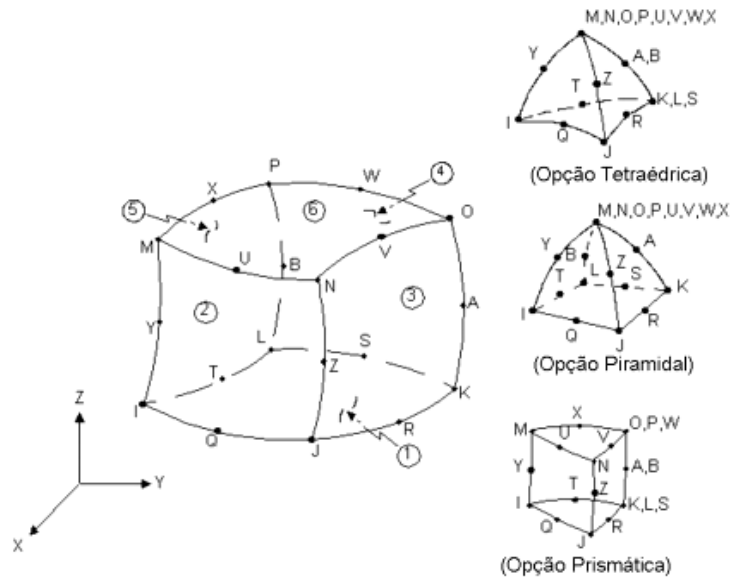


Figura 2 - Elemento SOLID95 (Fonte: Adaptado de ANSYS®, 2005)

#### 4 VERIFICAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL

Testes de validação e verificação, segundo Azar (2012), são inevitáveis em modelagem computacional. A sua realização é necessária para que se tenha confiança de que o modelo empregado está adequado à sua aplicação.

Para a verificação do modelo computacional, utilizado sob flexão, foram consideradas duas situações distintas. Primeiramente, compara-se o resultado analítico com o numérico obtido na simulação da placa de referência (sem enrijecedores) simplesmente apoiada nos quatro lados e sem enrijecedores. Utilizou-se a malha regular formada pelo modelo computacional tridimensional SOLID95 do ANSYS® com elementos de 20 mm, devido a tendência de estabilização em relação às malhas geradas com elementos de outras dimensões e também devido a viabilidade do tempo de processamento admitido para cada simulação. Posteriormente, uma placa com enrijecedor apresentada por Silva (2010), foi numericamente simulada, empregando a malha definida no teste de convergência permitindo assim, a verificação do modelo computacional proposto no presente trabalho.

#### 4.1 Verificação da Placa sem Enrijecedores (placa de referência)

A Figura 3 representa a placa quadrada, sem enrijecedores, ou placa de referência, simplesmente apoiada que foi submetida a um carregamento transversal uniformemente distribuído  $P_z = 10$  kPa. A placa é feita de aço estrutural A-36, que segundo Jaward (1994), possui Módulo de Elasticidade  $E = 210$  GPa e Coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ . A placa possui comprimento  $a = 1414$  mm, largura  $b = 1414$  mm e espessura  $t = 20$  mm.

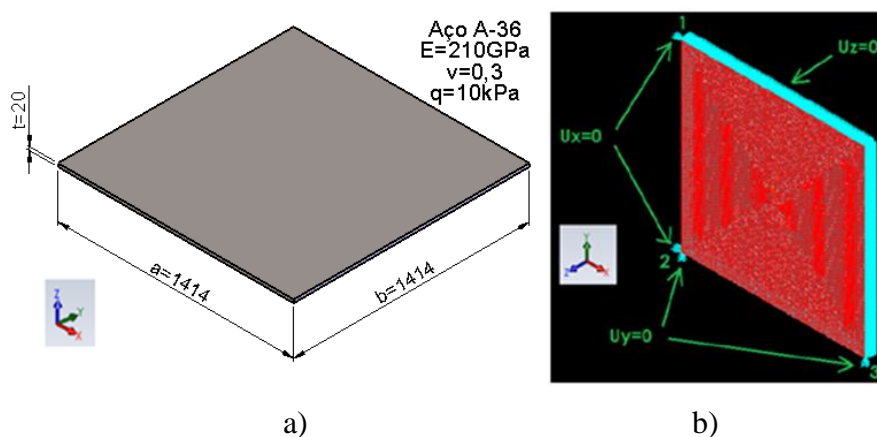


Figura 3 - Placa de referência (a) dimensões da placa, (b) condições de contorno (Fonte: O AUTOR)

O resultado numérico da deflexão máxima da placa de referência ocorreu, como esperado, no centro da placa e foi de  $W_{\gamma} = 1,066$  mm (Fig. 4).

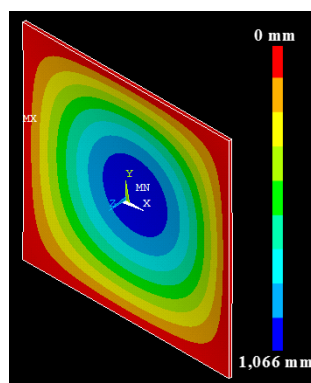


Figura 4 - Deflexão máxima da placa de referência (Fonte: O AUTOR)

Já a solução analítica para a deflexão máxima da placa da Fig. 3 é definida por (Timoshenko e Woinowsky-Krieger, 1959; Young e Budynas, 2002):

$$W = \frac{0,00254P_z^4}{D} \quad (11)$$

onde  $D$  é a rigidez flexural da placa definida pela Eq. (5).

Através da Eq. (11) foi encontrada uma deflexão máxima de  $W = 1,055$  mm. Comparando a solução numérica com a analítica, encontrou-se uma diferença de 1,04 %, verificando o modelo computacional adotado.

#### 4.2 Verificação da Placa com Enrijecedor

Para a verificação da placa com um enrijecedor foi reproduzido um caso estudado por Silva (2010). A estrutura consiste em uma placa quadrada simplesmente apoiada em todos os lados com um enrijecedor, conforme mostrado na Fig. 5.

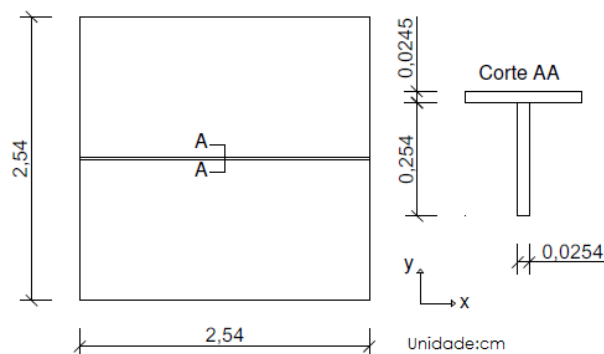


Figura 5 - Placa com enrijecedor no meio do vão (Fonte: Adaptado de SILVA, 2010)

O material da placa analisada sob flexão tem suas propriedades mecânicas definidas em Silva (2010), e são: módulo de elasticidade  $E = 11721,09$  kN/cm<sup>2</sup> e coeficiente de Poisson:  $\nu = 0,3$ . Para a análise da placa, considerou-se uma carga distribuída  $P_z = 0,000689$  kN/cm<sup>2</sup>, aplicada transversalmente em toda a superfície lisa da placa na direção positiva de  $Z$ .

A solução numérica da placa estudada por Silva (2010) foi obtida discretizando o domínio computacional com uma malha regular de 10x10 elementos, formada pelo elemento SHELL63 para a casca e BEAM44 para o enrijecedor. O resultado numérico obtido por Silva (2010) para o deslocamento no centro da placa foi  $W = 0,000350$  cm

Já solução numérica da placa com um enrijecedor, gerada com o modelo computacional adotado neste trabalho, foi obtida discretizando o

domínio computacional com uma malha regular de 0,000245 mm de lado formada pelo elemento SOLID95 em toda a placa. O resultado numérico desta simulação, indicando a deflexão no centro da placa, foi de  $W = 0,000375$  cm.

Comparando as soluções numéricas de Silva (2010) e a obtida neste trabalho, para a placa com 1 enrijecedor, encontra-se uma diferença de 7 % para o deslocamento central da placa da Fig. 5, verificando o modelo computacional proposto.

## 5 METODOLOGIA

Neste trabalho considerou-se uma placa de aço simplesmente apoiada nos quatro lados sob flexão, inicialmente sem enrijecedores, sendo seus valores máximos de deslocamento transversal usados como referência. Na sequência, enrijecedores foram adicionados à placa permitindo avaliar a influência do número, disposição e dimensões de enrijecedores longitudinais e transversais na placa submetida à flexão. O parâmetro fração de volume ( $\phi$ ), que é a relação entre o volume dos enrijecedores ( $V_e$ ) e o volume total da placa ( $V$ ), foi adotado. Cabe destacar que o volume total de aço usado na placa sem enrijecedores foi mantido nas placas com enrijecedores. Também foram preservados o comprimento e largura da placa. A fração de volume  $\phi = 0,50$  foi definida, o que significa que metade da espessura inicial de material foi retirada para ser transformada em enrijecedores, mantendo o volume de material utilizado, conforme Fig. 6. Isso permitiu avaliar o quanto, com a mesma quantidade de material e uma configuração geométrica diferente, é possível conduzir a um desempenho mecânico superior no que se refere a minimizar a deflexão máxima.

Assim, foi possível propor diferentes arranjos para os enrijecedores, através das variáveis  $N_{el}$  (número de enrijecedores longitudinais),  $N_{et}$  (número de enrijecedores transversais),  $Se_l$  (distância entre enrijecedores longitudinais) e  $Se_t$  (distância entre enrijecedores transversais). Foram definidas para este trabalho com base em uma distribuição pariforme, ou seja,  $N_{el} = N_{et}$  e  $Se_l = Se_t$ , cinco conjuntos de configurações de enrijecedores, partindo de  $N_{el} = N_{et} = 1$  até a  $N_{el} = N_{et} = 5$ .

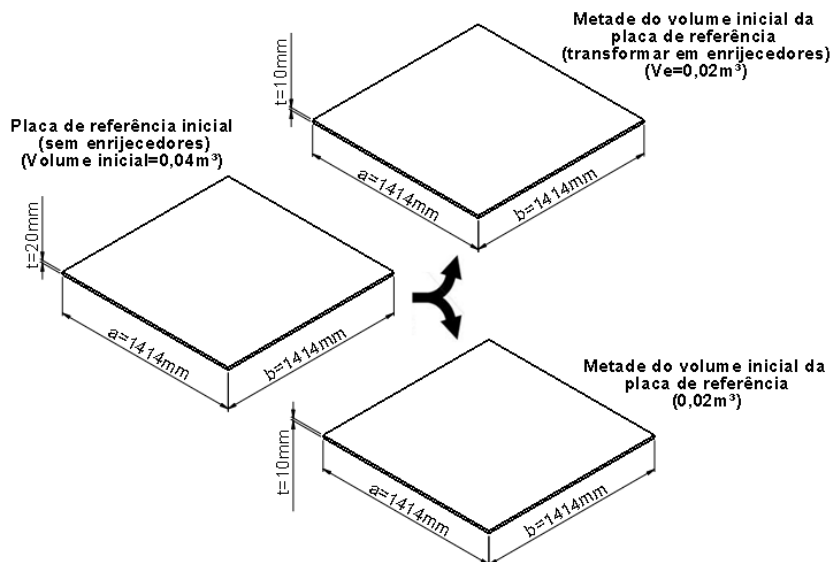


Figura 6 - Medidas da placa de referência (Fonte: O AUTOR)

A Figura 7 representa, esquematicamente, os parâmetros da placa enrijecida P(2,2), onde  $Nel = 2$  e  $Net = 2$ . Analogamente estende-se para as configurações P(1x1), P(3x3), P(4x4) e P(5x5).

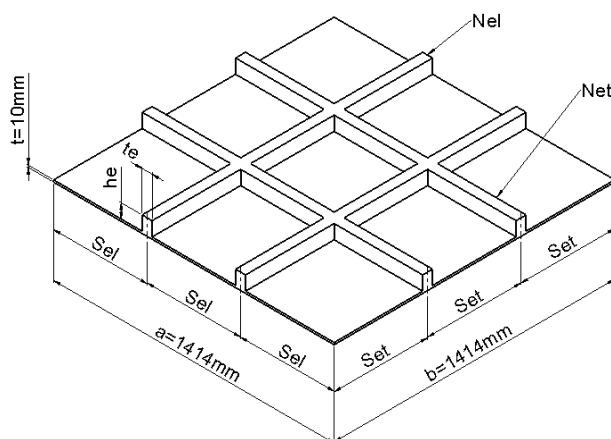


Figura 7 – Representação esquemática da placa P(2,2) (Fonte: O AUTOR)

Foram também avaliadas diferentes relações de enrijecedores com o objetivo de entender a influência da relação  $he/te$ , que relaciona a altura do enrijecedor ( $he$ ) e sua espessura ( $te$ ), no comportamento mecânico sob flexão das diferentes configurações geométricas propostas. Segundo Rebello (2003), para o aço, ocorrem as menores deflexões para a viga, quando os valores de  $he$ , encontram-se entre 1/15 e 1/25 da distância entre os pontos de apoio de uma viga. Visando ampliar a avaliação, da relação  $he/te$ , adotou-se as

seguintes relações de altura de enrijecedor:  $he = a/10$ ,  $he = a/15$ ,  $he = a/20$ ,  $he = a/25$  e  $he = a/30$ .

### 5.1.1. Dimensões dos enrijecedores

Nas Tabelas 1, 2, 3, 4 e 5, são apresentadas as informações dimensionais relativas a altura ( $he$ ), espessura ( $te$ ) e relação ( $he/te$ ) do enrijecedor de modo a analisar a influência desses elementos no comportamento mecânico de placas finas, respectivamente, para as placas P(1x1), P(2x2), P(3x3), P(4x4) e P(5x5).

**Tabela 1** - Dimensões dos enrijecedores da placa P(1x1)

$he$	$he$ (mm)	$te$ (mm)	$he/te$
$a/10$	141,40	50	2,83
$a/15$	94,27	75	1,26
$a/20$	70,70	100	0,71
$a/25$	56,56	125	0,45
$a/30$	47,13	150	0,31

**Tabela 2** - Dimensões dos enrijecedores da placa P(2x2)

$he$	$he$ (mm)	$te$ (mm)	$he/te$
$a/10$	141,40	25	5,66
$a/15$	94,27	37,5	2,51
$a/20$	70,70	50	1,41
$a/25$	56,56	62,5	0,90
$a/30$	47,13	75	0,63

**Tabela 3** - Dimensões dos enrijecedores da placa P(3x3)

$he$	$he$ (mm)	$te$ (mm)	$he/te$
$a/10$	141,40	16,67	8,48
$a/15$	94,27	25	3,77
$a/20$	70,70	33,33	2,12
$a/25$	56,56	41,67	1,36
$a/30$	47,13	50	0,94

**Tabela 4** - Dimensões dos enrijecedores da placa P(4x4)

$he$	$he$ (mm)	$te$ (mm)	$he/te$
$a/10$	141,40	12,50	11,31
$a/15$	94,27	18,75	5,03
$a/20$	70,70	25	2,83
$a/25$	56,56	31,25	1,81
$a/30$	47,13	37,5	1,26

**Tabela 5** - Dimensões dos enrijecedores da placa P(5x5)

<i>he</i>	<i>he</i> (mm)	<i>te</i> (mm)	<i>he/te</i>
<i>a/10</i>	141,40	10	14,14
<i>a/15</i>	94,27	15	6,28
<i>a/20</i>	70,70	20	3,54
<i>a/25</i>	56,56	25	2,26
<i>a/30</i>	47,13	30	1,57

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A análise dos resultados foi obtida a partir da comparação da deflexão máxima ocorrida nas placas com enrijecedores e da deflexão máxima ocorrida na placa de referência (sem enrijecedores), previamente avaliada no item 4.1 (ver Figs. 3 e 4).

Os resultados numéricos para a deflexão máxima das placas com enrijecedores ( $W$ ) foram normalizados através da deflexão máxima da placa de referência ( $W_r$ ), ou seja:

$$W_N = \frac{W}{W_r} \quad (12)$$

A deflexão máxima normalizada ( $W_N$ ) é expressa através de um quociente adimensional da relação entre a máxima deflexão da placa com enrijecedores ( $W$ ) e a máxima deflexão da placa de referência, sem enrijecedores,  $W_r$ . Então, quanto mais próximo este quociente for de um, menor será a influência exercida pelos enrijecedores.

Nas Tabelas. 6, 7, 8, 9 e 10 e nas Figs. 8, 10, 12, 14 e 16, respectivamente, para as placas P(1x1), P(2x2), P(3x3), P(4x4) e P(5x5), são apresentados os resultados para  $W$  e  $W_N$  de cada caso estudado. Além disso, as Figs. 9, 11, 13, 15 e 17 mostram a configuração deformada de cada caso, onde a cor vermelha representa deflexão nula enquanto a cor azul forte representa a deflexão máxima conforme as Tabs. 6, 7, 8, 9 e 10, respectivamente.

**Tabela 6** - Deflexão Máxima e Normalizada da simulação da placa P(1x1)

$he$	Relação $he/te$	$W$ (m)	$W_N$
$a/10$	2,83	0,2700	0,253
$a/15$	1,26	0,2670	0,250
$a/20$	0,71	0,2690	0,252
$a/25$	0,45	0,2770	0,260
$a/30$	0,31	0,2930	0,275

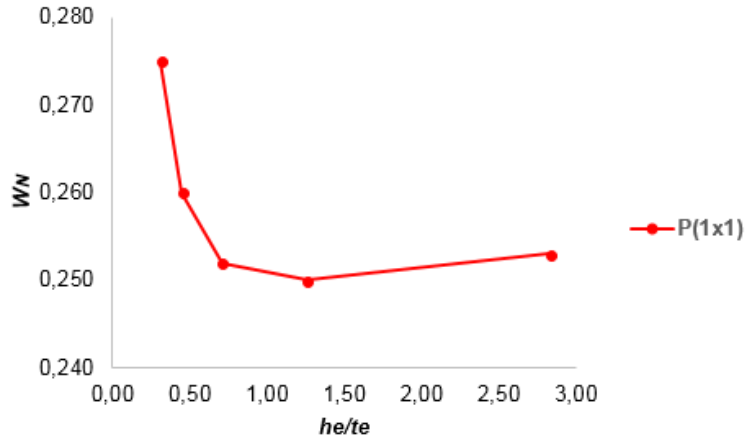


Figura 8 - Deflexão máxima normalizada da placa P(1x1) (Fonte: O AUTOR)

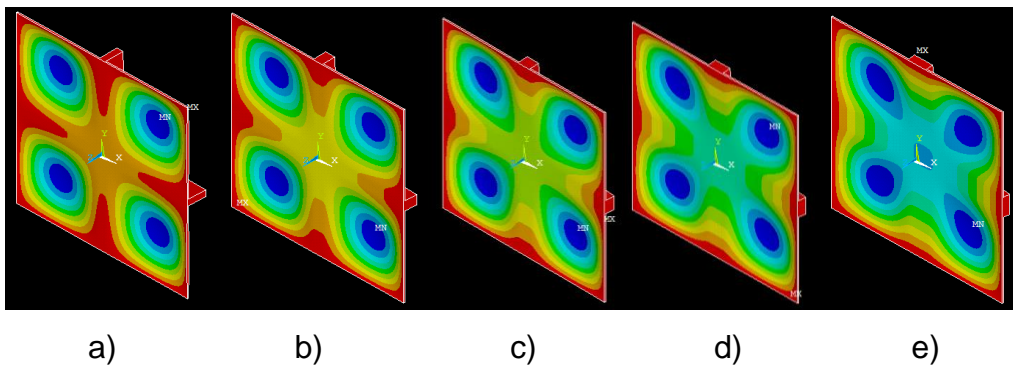


Figura 9 - Configuração deformada para a placa P(1x1): (a)  $he = a/10$  ; (b)  $he = a/15$ ; (c)  $he = a/20$ ; (d)  $he = a/25$ ; (e)  $he = a/30$  (Fonte: O AUTOR)

A partir dos dados da Tab. 6 e das Figs. 8 e 9, pode-se deduzir que a melhor configuração para a placa com enrijecedores P(1x1), ou seja, onde se tem a menor deflexão é a relação  $he/te = 1,26$ . Já a pior, é a que apresenta a maior deflexão máxima normalizada que é a  $he/te = 0,31$ .

Observa-se na Fig. 8 quando a relação  $he/te = 1,26$  e  $he/te = 0,71$ , uma certa estabilidade dos valores, que corrobora com Rebello (2003) que afirma que a menores deflexões ocorram entre 1/15 e 1/25 da distância entre seus pontos de apoio.

**Tabela 7** - Deflexão Máxima e Normalizada da simulação da placa P(2x2)

$he$	Relação $he/te$	$w$ (m)	$W_N$
$a/10$	5,66	0,0677	0,064
$a/15$	2,51	0,1050	0,098
$a/20$	1,41	0,1500	0,141
$a/25$	0,90	0,1990	0,187
$a/30$	0,63	0,2610	0,245

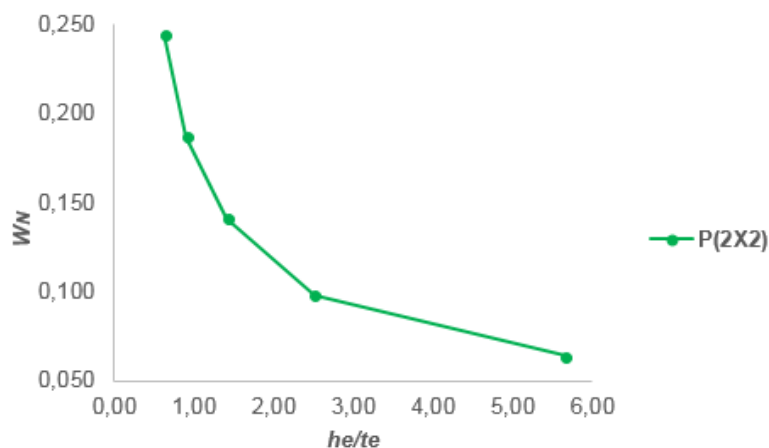


Figura 10 - Deflexão máxima normalizada da placa P(2x2) (Fonte: O AUTOR)

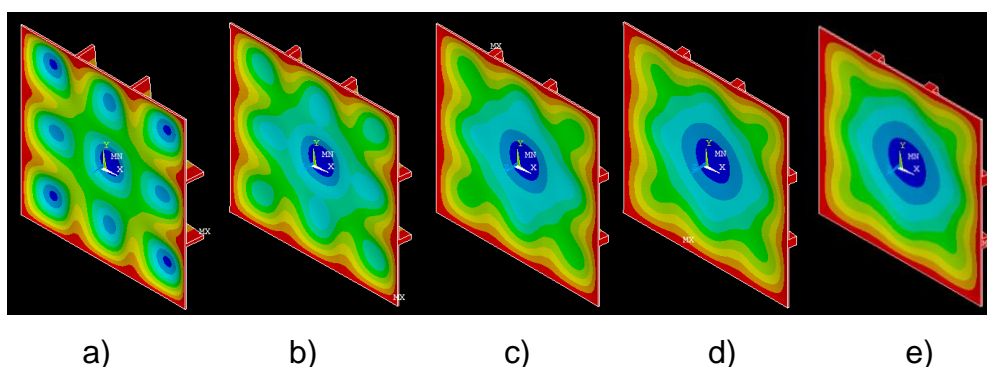


Figura 11 - Configuração deformada para a placa P(2x2): (a)  $he = a/10$  ; (b)  $he = a/15$ ; (c)  $he = a/20$ ; (d)  $he = a/25$ ; (e)  $he = a/30$  (Fonte: O AUTOR)

A partir dos dados da Tab. 7 e das Figs. 10 e 11, pode-se deduzir que a melhor configuração para a placa com enrijecedores P(2x2), ou seja, aquela que conduz a menor deflexão é a que apresenta a relação  $he/te = 5,66$ . Já a pior configuração é a que apresenta a maior deflexão máxima normalizada, obtida pela relação  $he/te = 0,63$ .

Fica evidenciado na Fig. 10 que à medida que a relação  $he/te$  diminui, aumenta a deflexão máxima e vice-versa.

**Tabela 8** - Deflexão Máxima e Normalizada da simulação da placa P(3x3)

$he$	Relação $he/te$	$w$ (m)	$W_N$
$a/10$	8,48	0,0470	0,044
$a/15$	3,77	0,0878	0,082
$a/20$	2,12	0,1400	0,131
$a/25$	1,36	0,1930	0,181
$a/30$	0,94	0,2590	0,243

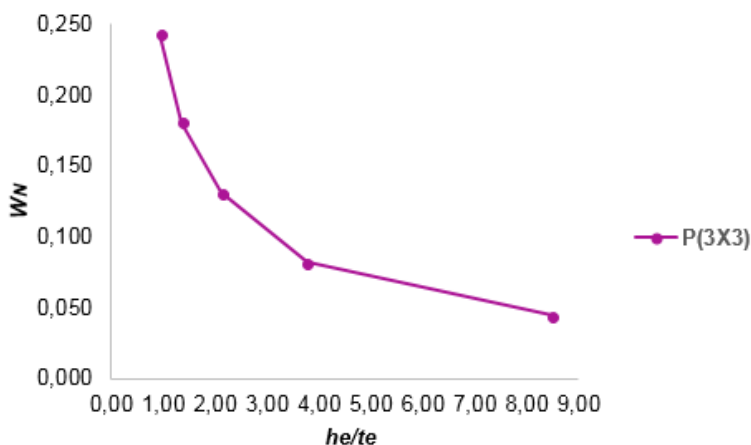


Figura 12 - Deflexão máxima normalizada da placa P(3x3) (Fonte: O AUTOR)

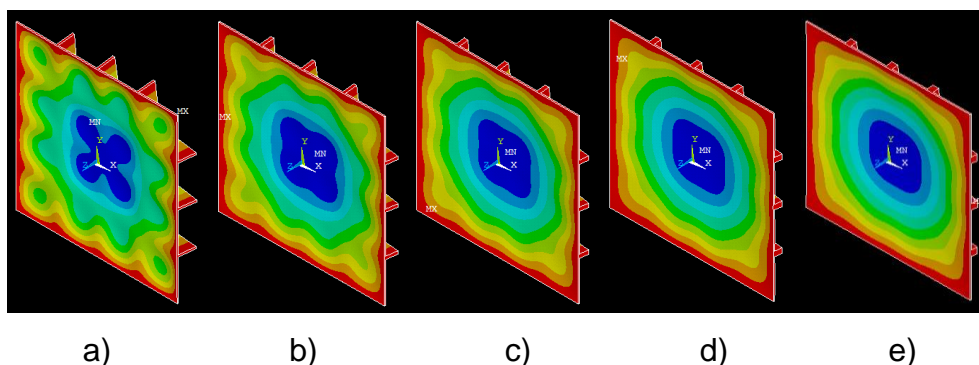


Figura 13 - Configuração deformada para a placa P(3x3): (a)  $he = a/10$  ; (b)  $he = a/15$ ; (c)  $he = a/20$ ; (d)  $he = a/25$ ; (e)  $he = a/30$  (Fonte: O AUTOR)

A partir dos dados da Tab. 8 e das Figs. 12 e 13, deduz-se que a melhor configuração para a placa com enrijecedores P(3x3), ou seja, onde se tem a menor deflexão, ocorre onde a relação  $he/te = 8,48$ . Já a pior configuração, é a que apresenta a maior deflexão máxima normalizada, e ocorre para a relação  $he/te = 0,94$ .

Observa-se ainda na Fig. 12, que à medida que a relação  $he/te$  diminui, aumenta a deflexão máxima e vice-versa.

**Tabela 9** - Deflexão Máxima e Normalizada da simulação da placa P(4x4)

$he$	Relação $he/te$	$w$ (m)	$W_N$
$a/10$	11,31	0,0480	0,045
$a/15$	5,03	0,0945	0,089
$a/20$	2,83	0,1490	0,140
$a/25$	1,81	0,2100	0,197
$a/30$	1,26	0,2700	0,253

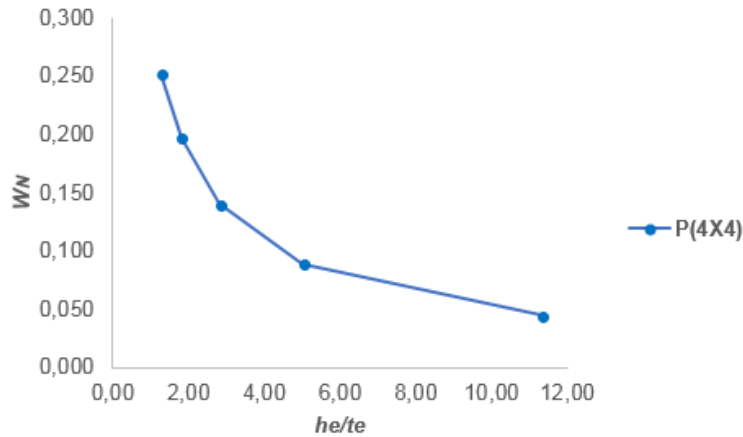


Figura 14 - Deflexão máxima normalizada da placa P(4x4) (Fonte: O AUTOR)

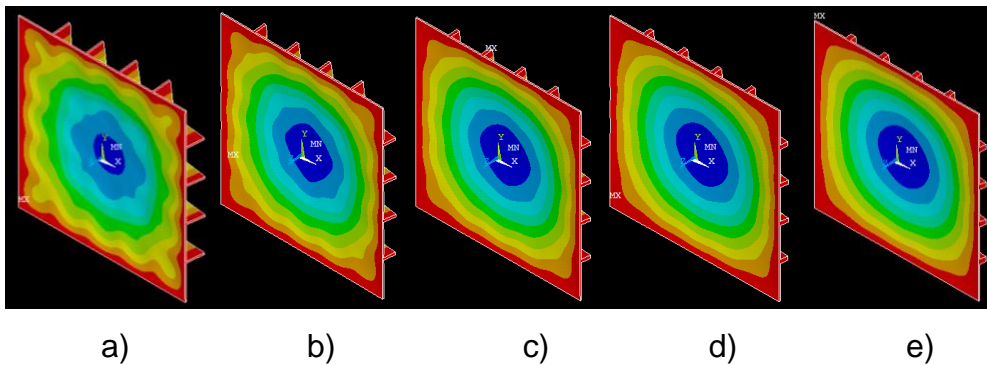


Figura 15 - Configuração deformada para a placa P(4x4): (a)  $he = a/10$  ; (b)  $he = a/15$ ; (c)  $he = a/20$ ; (d)  $he = a/25$ ; (e)  $he = a/30$  (Fonte: O AUTOR)

A partir dos dados da Tab. 9 e das Figs. 14 e 15, nota-se que a menor deflexão para a placa com enrijecedores P(4x4), ocorre quando a relação  $he/te = 11,31$ . Já a maior deflexão, ou seja, o pior caso, é o que apresenta a relação  $he/te = 1,26$ .

Deste modo, observa-se na Fig. 16, que à medida que a relação  $he/te$  diminui, aumenta a deflexão máxima e vice-versa.

**Tabela 10** - Deflexão Máxima e Normalizada da simulação da placa P(5x5)

$he$	Relação $he/te$	$w$ (m)	$W_N$
$a/10$	14,14	0,0471	0,044
$a/15$	6,28	0,0950	0,089
$a/20$	3,54	0,1510	0,142
$a/25$	2,26	0,2130	0,200
$a/30$	1,57	0,2850	0,267

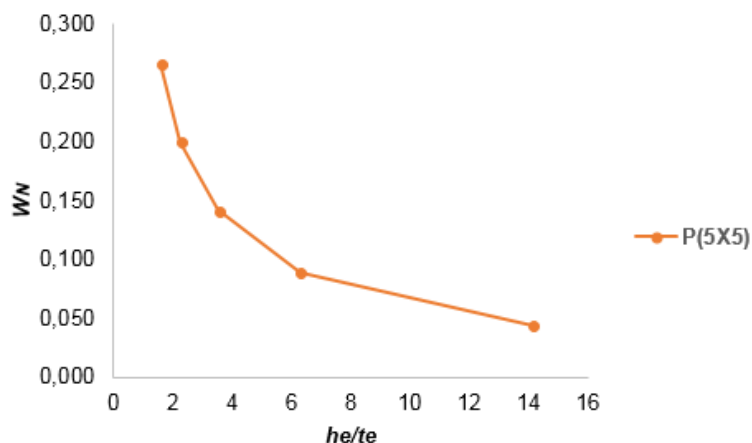


Figura 16 - Deflexão máxima normalizada da placa P(5x5) (Fonte: O AUTOR)

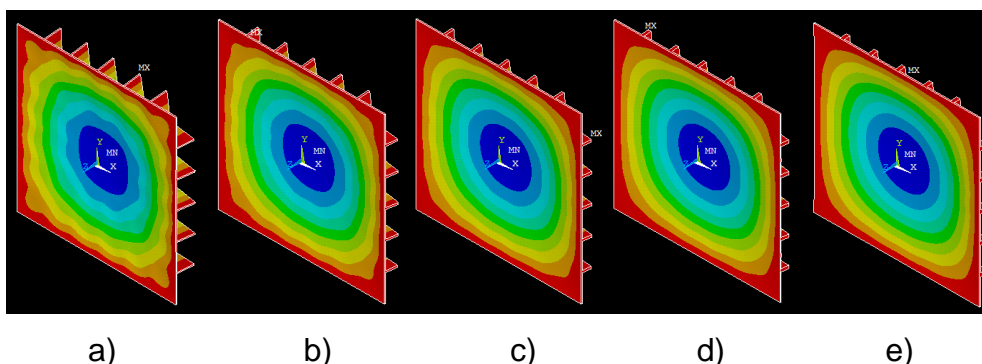


Figura 17 - Configuração deformada para a placa P(5x5): (a)  $he = a/10$ ; (b)  $he = a/15$ ; (c)  $he = a/20$ ; (d)  $he = a/25$ ; (e)  $he = a/30$  (Fonte: O AUTOR)

A partir dos dados da Tab. 10 e das Figs. 16 e 17, pode-se deduzir que a melhor configuração para a placa com enrijecedores P(5x5), ou seja, onde se tem a menor deflexão, é onde apresenta a relação  $he/te = 14,14$ . Já a pior configuração, ou que apresenta a maior deflexão máxima normalizada, é a que possui relação  $he/te = 1,571$ .

É observada na Fig. 16, uma tendência para valores da relação  $he/te$ , quando baixos, da placa ter um comportamento semelhante ao da placa de referência (sem enrijecedores), ou seja, valores maiores de deflexão máxima.

Já os valores altos de  $he/te$  conduzem para valores menores de deflexão máxima.

### 6.1. Comparação entre os resultados normalizados

A partir dos resultados ilustrados nas Tabs. 6 a 10 e nas Figs. 8 a 17, é possível afirmar que todas as configurações geométricas propostas de placas com enrijecedores conduzem a uma redução na deflexão máxima em relação à placa sem enrijecedores.

Além disso, como todas as configurações propostas possuem o mesmo volume total de material é possível então fazer uma comparação global entre seus resultados. Sendo assim, na Fig. 19 são compilados todos os resultados obtidos para as placas P(1x1), P(2x2), P(3x3), P(4x4) e P(5x5).

Observa-se na Fig. 19 que existe uma tendência de estabilização do valor de deflexão máxima normalizada à medida que a relação  $he/te$  aumenta, em todos os arranjos de enrijecedores estudados.

Na Fig. 18 os resultados apresentados nas Figs. 8, 10, 12, 14 e 16, tiveram seus melhores resultados, ou seja, as menores deflexões máximas normalizadas compiladas, permitindo identificar facilmente que existe uma estabilização de resultados considerando os casos P(3x3), P(4x4) e P(5x5). Portanto, indica-se a utilização da placa P(3x3) com  $he/te = 8,48$  pois ela minimiza a deflexão máxima da placa e é a que possui configuração geométrica mais simples (se comparada às placas P(4x4) e P(5x5)).

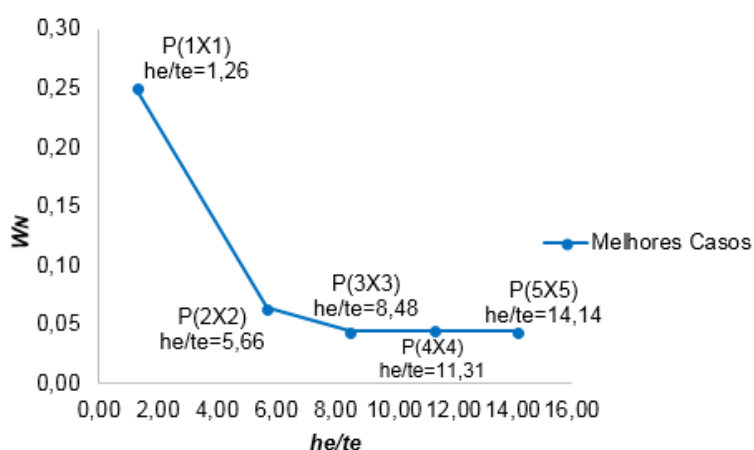


Figura 18 - Melhores resultados (menores) normalizados de deflexão máxima das placas analisadas (Fonte: O AUTOR)

Já na Fig. 19 os resultados apresentados nas Figs. 8, 10, 12, 14 e 16 tiveram seus piores resultados, ou seja, as maiores deflexões máximas normalizadas compiladas, permitindo identificar que a placa P(1x1) com  $he/te = 0,31$  foi a configuração geométrica que conduziu ao pior comportamento mecânico, pois foi a que obteve o maior deslocamento transversal.

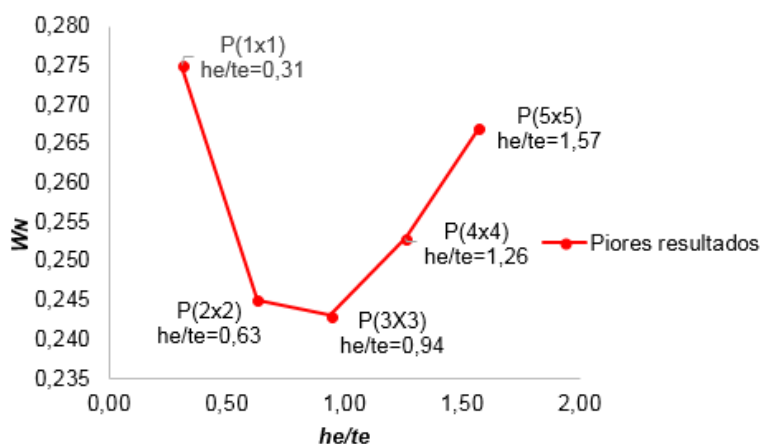


Figura 19 - Piores resultados (maiores) normalizados de deflexão máxima das placas analisadas (Fonte: O AUTOR)

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O conhecimento do comportamento estrutural de placas finas de aço, frequentemente empregadas em engenharia e especialmente em estruturas navais e offshore, é essencial para um dimensionamento que garanta sua integridade estrutural.

Os resultados numéricos obtidos indicaram que é possível melhorar significativamente o comportamento mecânico de placas com enrijecedores sob flexão, o que de fato, não representa novidade, uma vez que essa prática é muito empregada. Porém, destaca-se que no presente estudo a quantidade total de material foi sempre mantida constante, e as melhorias observadas no comportamento mecânico foram alcançadas a partir da variação da configuração geométrica das placas com enrijecedores.

Observou-se que a minimização dos deslocamentos transversais acontecem em função do arranjo geométrico dos enrijecedores, que se baseou na variação da relação  $he/te$  e no número de enrijecedores. Observou-se que em função do arranjo geométrico pode-se reduzir a deflexão de placas até algo

em torno de 600% quando se compara o melhor resultado (menor deflexão) com a placa de referência (sem enrijecedores).

Por fim, destaca-se que a modelagem computacional, diante dos resultados obtidos, mostrou-se de fundamental importância. A realização do presente estudo através de abordagens experimental ou analítica seria inviável em virtude do custo e da complexidade dos casos analisados.

## REFERÊNCIAS

- ANSYS, 2005. **User's manual**. Swanson Analysis System Inc.
- AZAR, A. T., 2013. **Modeling and Control of Dialysis Systems: Volume 2: Biofeedback Systems and Soft Computing Techniques of Dialysis**. Springer, New York.
- BANERJEE, M., JAIN, N.K., SANYAL, S., 2013. **Stress concentration in isotropic & orthotropic composite plates with centre circular hole subjected to transverse static loading**. International Journal of Mechanical and Industrial Engineering (IJMIE), Volume 3, Issue 1, pp. 109-113.
- CUNHA, M.L., TROINA, G. DA S., DOS SANTOS, E. D., ROCHA, L. A. O., ISOLDI, L. A., 2018. Computational Modeling and Constructal Design Method Applied to the Geometric Optimization of Stiffened Steel Plates Subjected to Uniform Transverse Load. In: Research on Engineering Structures & Materials.
- HASAN, M.M., 2007 **Optimum design of stiffened square plates for longitudinal and square ribs**. Al-Khwarizmi Engineering Journal, Vol.3. Department of Mechanical Engineering. College of Engineering University of Anbar.
- HELBIG, D., DA SILVA, C. C. C., REAL, M. DE V., VAZ, J., ROCHA, L. A. O., DOS SANTOS, E. D., ISOLDI, L. A., 2013. **Análise Numérica do Comportamento Mecânico sob Flexão de Placas Finas de Material Compósito Laminado Reforçado por Fibras**. Vetor, Vol. 23, pp. 5–15.
- JAIN, N. K., 2009. Analysis of Stress Concentration and Deflection in Isotropic and Orthotropic Rectangular Plates with Central Circular Hole under Transverse Static Loading. vol. 36.

JAWAD, M. H.,1994. **Theory and Design of Plate and Shell Structures**. Springer.

KIRCHHOFF., 1850. **G.Über das gleichgewicht und die bewegung einer elastischen scheinbe**. **Crelles J.**, v.40, p.51-88.

MOAVENI, S., 2003. **Finite Element Analysis: Theory and Application With ANSYS**. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1999, 527 pp.

OKUMOTO, Y., TAKEDA, Y., MANO, M., OKADA, T., 2009. **Design of Ship Hull Structures - A Practical Guide for Engineers**. Vol. 1, pp. 253–267.

QUEIROZ, J.P.T.P., CUNHA, M.L., TROINA, G. DA S., ROCHA, L. A. O., DOS SANTOS, E. D., ISOLDI, L. A., 2017. Verificação de Modelos Numéricos de Placas Finas Com e Sem Enrijecedores Submetidas a Carregamento Transversalmente Distribuído. In: Congresso de Estudantes de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande.

REAL, M.V., ISOLDI, L.A., 2010. **Finite element buckling analysis of uniaxially loaded plates with holes**. in Southern Conference on Computational Modeling, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, pp. 69-73.

RACKOW, P. B., 2015. **Análise numérica não-linear de painéis com enrijecedores sob flambagem**. Dissertação de conclusão de Mestrado em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande.

REBELLO, Y. C. P., 2003. **A concepção estrutural e a arquitetura**. São Paulo: Ziguarte.

RIGO, P., RIZZUTO, E., 2003. **Analysis and Design Of Ship Structures. Ship Design and Construction**, Vol. 1, pp. 18-1–18-76.

SILVA, H. B. S., 2010. **Análise Numérica da Influência da Excentricidade na Ligação Placa-Viga em Pavimentos Usuais de Edifícios**. USP.

SZILARD, R., 2004. **Theories and application of Plate Analysis: Classical, Numerical and Engineering Methods**. Wiley.

TIMOSHENKO, S., WOINOWSKY-KRIEGER, S.,1959. **Theory of Plates and Shells**. 2ª ed. USA: McGraw-Hill.

TROINA, G. DA S., QUEIROZ, J.P.T.P., ROCHA, L. A. O., DOS SANTOS, E. D., ISOLDI, L. A., 2017. **Verificação de Modelos Computacionais Aplicados**

**a Placas com Enrijecedores sob Carga Transversal Uniforme.** In: Encontro de Ciências e Tecnologias de Materiais, Universidade do Estado de Rio de Janeiro, Nova Friburgo.

YOUNG, W.C. e BUDYNAS, R.G., 2002. **Roark's Formulas For Stress and Strain.** 7th ed. McGraw-Hill.

YOUSIF, M. V.; NAIEF N.K.M.; HAMAD, Y.M., 2008. **Optimum Height of Plate Stiffener under Pressure Effect.** University of Baghdad, AL-Khwarizmi College of Engineering.

**Enviado em:** 20 mai. 2018

**Aceito em:** 05 jul. 2018

**Editor responsável:** Mateus das Neves Gomes