

# MODELAGEM QUADRÁTICA DO CUSTO DE GERAÇÃO TERMELÉTRICA: UM ESTUDO DE CASO DA REGIÃO NORDESTE DO BRASIL

## QUADRATIC MODELING OF THE THERMOELECTRIC DISPATCH COST: A CASE STUDY IN THE NORTHEAST REGION OF BRAZIL

Rodolfo Rodrigues Barrionuevo Silva<sup>1</sup> 

Luís Fabiano Barone Martins<sup>2</sup> 

Leonardo Nepomuceno<sup>3</sup> 

**Resumo:** O planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos consiste em definir uma política de geração econômica e confiável, resultando em decisões de despacho hidrelétrico e termelétrico que minimizem o custo da operação em um determinado horizonte de planejamento, garantindo o atendimento da demanda. O custo da operação de um sistema hidrotérmico geralmente está associado ao combustível das termelétricas, portanto, conhecer o custo do despacho termelétrico é essencial para que se possa realizar um planejamento adequado da sua operação. Devido às características das termelétricas, seu custo de geração é mais bem representado por uma função quadrática, estimada a partir de dados de taxa de aquecimento das unidades termelétricas. Porém, no planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro, o Operador Nacional do Sistema considera um custo linear para as termelétricas. Neste trabalho, propõe-se uma modelagem quadrática para a geração termelétrica, por meio da agregação de todas as termelétricas de um sistema em uma única termelétrica equivalente, considerando o custo linear e capacidade de geração de cada unidade. Desta forma, obtêm-se os coeficientes da função quadrática para o custo de geração, que representem de forma mais aproximada os custos reais da geração termelétrica, comparado à abordagem linear. Para essa representação quadrática, foi proposto um problema de otimização que minimiza, por ordem de mérito, o custo de cada megawatt adicional despachado. A solução do problema de otimização resulta em um conjunto de pontos que relacionam custo e valor de despacho. Esse conjunto de pontos permite construir a curva quadrática da unidade termelétrica equivalente. Realizou-se um estudo de caso do sistema termelétrico da região nordeste do Brasil, considerando dados reais da capacidade de geração e o respectivo custo linear de cada termelétrica. A metodologia proposta foi aplicada ao sistema estudado, resultando nos coeficientes da função quadrática para o custo do despacho da geração termelétrica na região.

**Palavras-chave:** Geração termelétrica. Custo de geração. Função quadrática. Estudo de Caso.

<sup>1</sup> Doutor em Engenharia Elétrica, IFPR, Jacarezinho, Paraná, rodolfo.silva@ifpr.edu.br.

<sup>2</sup> Doutor em Engenharia Elétrica, IFPR, Jacarezinho, Paraná, luis.martins@ifpr.edu.br.

<sup>3</sup> Doutor em Engenharia Elétrica, UNESP, Bauru, São Paulo, leonardo.nepomuceno@unesp.br.

**Abstract:** Hydrothermal scheduling consists of defining an economical and reliable generation policy, resulting in hydroelectric and thermoelectric dispatch decisions that minimize the cost of operation on a given planning horizon, ensuring demand is met. The cost of dispatching a hydrothermal system is usually associated with the fuel of the thermoelectric plants. Therefore, knowing the cost of the thermoelectric dispatch is essential for appropriately planning its operation. Due to the characteristics of thermoelectric plants, their generation cost is best represented by a quadratic function, estimated from heating rate data from thermoelectric units. However, in Brazil, the National System Operator considers a linear cost for thermoelectric power plants on the hydrothermal scheduling. In this work, a quadratic model for thermoelectric generation cost is proposed by aggregating all thermoelectric plants of a system into a single equivalent thermoelectric unit, considering each unit's linear cost and generation capacity. In this way, the coefficients of the quadratic function for the generation cost are obtained, which more closely represent the real costs of thermoelectric generation compared to the linear approach. For this quadratic representation, an optimization problem was proposed that minimizes, in merit order, the cost of each additional megawatt dispatched. The solution to the optimization problem results in a set of points that relate to cost and dispatch values. This set of points allows the construction of the quadratic curve of the generation cost for the equivalent thermoelectric unit. A case study of the thermoelectric system in the northeast region of Brazil was carried out, considering real data on the generation capacity and the respective linear cost of each thermoelectric plant. Then, the proposed methodology was applied to the studied system, resulting in the coefficients of the quadratic function for the dispatch cost of thermoelectric generation in the region.

**Keywords:** Thermoelectric dispatch cost. Quadratic function. A case study.

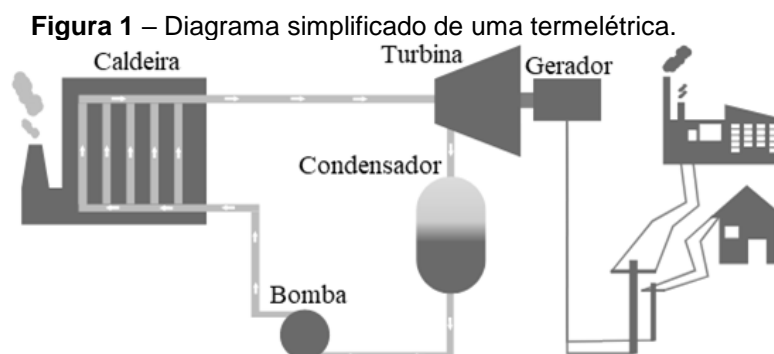
# 1 INTRODUÇÃO

Um sistema de energia elétrica pode ser dividido, basicamente em: geração, transmissão e carga. Este trabalho aborda a geração, que consiste nas instalações responsáveis pela produção de energia elétrica, tais como as hidrelétricas, que utilizam a energia potencial hidráulica; as termelétricas, cuja energia é proveniente da queima de combustíveis ou fissão nuclear; eólicas, que utilizam a energia cinética dos ventos; entre outras. A matriz de geração brasileira é predominantemente hidrotérmica, visto que as hidrelétricas e termelétricas correspondem a mais de 90% dessa matriz, sendo, respectivamente, 66,6% de hidrelétricas e 25,2% de termelétricas (EPE, 2019).

Planejar a operação da geração de um sistema de energia elétrica envolve, entre outros objetivos, definir o despacho ótimo em cada unidade de geração de forma a atender uma demanda prevista e com o mínimo custo para o horizonte de planejamento. Em ambientes de sistemas hidrotérmicos, como o sistema brasileiro, esta problemática geralmente visa minimizar o custo esperado do despacho, através da decisão de quanto gerar de energia hidrelétrica e termelétrica em cada período. Esta atividade consiste em uma relação de comprometimento entre o custo de operação atual e no futuro, pois, a decisão de diminuir o custo atual da operação corresponde em substituir o despacho de termelétricas pelo despacho em hidrelétricas. Porém, como os recursos hídricos são finitos, essa decisão, se exagerada, pode provocar grande complementação termelétrica no futuro, implicando em custos operacionais ainda mais altos no futuro. Já a decisão atual por um menor despacho hidrelétrico pode implicar vertimento no futuro, ou seja, pode ocorrer desperdício em caso de altos níveis de afluência futura (SILVA, 2021).

Neste contexto, para se planejar adequadamente a operação de um sistema hidrotérmico, um fator importante é conhecer o custo do despacho da geração, especialmente o termelétrico, tendo em vista que o custo da operação do sistema hidrotérmico geralmente está associado ao combustível das termelétricas, desconsiderando os custos das hidrelétricas (ZAMBELLI *et al.*, 2011). Basicamente, o processo de geração de energia elétrica em uma usina

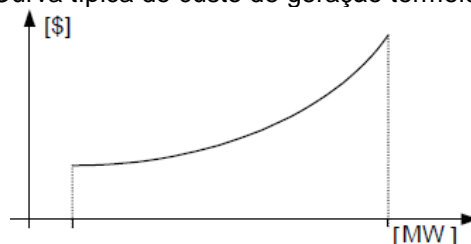
termelétrica consiste na queima de um combustível para gerar a energia térmica utilizada para aquecer um fluido, por exemplo água, produzindo vapor que movimenta uma turbina acoplada a um gerador de energia elétrica. A Figura 1 ilustra esse processo.



Fonte: Adaptado de IEMA (2016).

Devido às características das termelétricas, seu custo de geração de energia é modelado como uma função quadrática estimada a partir de dados de taxa de aquecimento das unidades termelétricas (ELHAWARY; CHRISTENSEN, 1979). A Figura 2 ilustra uma curva típica desta função (CICOGNA, 2004), que no problema de planejamento da operação do sistema hidrotérmico, geralmente é a função a ser minimizada.

**Figura 2** – Curva típica do custo de geração termelétrica.



Fonte: Adaptado de CICOGNA (2004).

Embora a literatura apresente a função de custo das termelétricas como quadrática, no planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro, a metodologia adotada pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) consiste em considerar o custo das termelétricas como uma função linear, definida pelo

Custo Variável Unitário (CVU) específico de cada usina (ONS, 2018). Neste trabalho, propõe-se uma metodologia para a modelagem quadrática da geração termelétrica, definida a partir dos custos lineares disponíveis. Visa-se obter os coeficientes da função quadrática para o custo de geração, que representam de forma mais aproximada os custos reais da geração termelétrica.

## 2 MODELAGEM QUADRÁTICA PARA O CUSTO DA GERAÇÃO TERMELÉTRICA

Tendo em vista a importância do custo da geração termelétrica no planejamento do despacho hidrotérmico, neste trabalho propõe-se uma metodologia para a modelagem quadrática do custo da geração termelétrica, o que é feito, agregando-se todas as unidades geradoras termelétricas disponíveis no sistema em uma única termelétrica equivalente. As informações do CVU das termelétricas são utilizadas para construir a curva quadrática de custo do despacho da termelétrica equivalente.

A metodologia proposta é descrita por meio do problema de otimização (1)–(4), que busca minimizar o custo de cada megawatt (MW) adicional acrescentado ao sistema. Na formulação do problema, assume-se uma discretização inteira para a potência ativa da unidade equivalente,  $P^E$ , definindo-se o vetor constante  $P^E = [1 \ 2 \ \dots \ |P|]^T$ , em que  $|P|$  corresponde à soma das capacidades de geração,  $\bar{P}_j^T$ , de cada unidade termelétrica  $j$  disponível no conjunto de unidades termelétricas  $J$ . O despacho é definido por ordem de mérito, ou seja, o operador do sistema prioriza as unidades com menor custo.

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^{|P|} c_i(t), \quad (1)$$

sujeito a:

$$c_i(t) = \sum_{j \in J} B_j(t) p_{ji}^T(t), \forall i \in \{1, \dots, |P|\}, \forall t \in T, \quad (2)$$

$$P_i^E = \sum_{j \in J} p_{ji}^T(t), \forall i \in \{1, \dots, |P|\}, \forall t \in T, \quad (3)$$

$$P_j^T \leq p_{ji}^T(t) \leq \bar{P}_j^T, \forall j \in J, \forall i \in \{1, \dots, |P|\}, \forall t \in T. \quad (4)$$

A função objetivo (1) representa o custo de geração  $c_i(t)$  para cada valor discreto de potência ativa contida no vetor  $P_i^E$ , na faixa  $\{1, \dots, |P|\}$ . Assim, o problema minimiza o custo de cada MW de potência despachável na termelétrica equivalente. O custo de geração, para cada valor discreto de  $P_i^E$ , é calculado em (2), em que  $B_j(t)$  corresponde ao custo variável unitário (CVU) da unidade  $j$  no período  $t$ . As restrições em (3) definem o despacho  $p_{ji}^T(t)$  nas unidades termelétricas  $j$  para cada valor unitário de potência despachável  $P_i^E$ , no período  $t$ . Os limites de geração das unidades são dados em (4), em que  $P_j^T$  e  $\bar{P}_j^T$  são, respectivamente, os valores mínimos e máximos de geração da unidade  $j$ .

A partir da solução do problema de otimização (1)–(4), obtém-se um conjunto de pontos  $(c_i(t), P_i^E)$ , que permitem construir a curva da unidade termelétrica equivalente em cada período  $t$ . Nota-se que o problema é separável em  $t$ , o que possibilita definir uma curva de custo para cada período, tendo em vista que os custos unitários  $B_j(t)$  podem variar no horizonte de planejamento em função da oscilação nos preços de combustíveis. A partir destes pontos, é possível ajustar uma curva quadrática do custo do despacho  $p_i^T$ , conforme é expressa em (5), em que  $A_t$ ,  $B_t$  e  $C_t$  são os coeficientes da curva de custo da termelétrica equivalente e  $\delta$  corresponde à quantidade de horas do período  $t$ .

$$\text{Custo} = \delta \sum_{t \in T} (A_t (p_i^T)^2 + B_t p_i^T + C_t). \quad (5)$$

Visando esclarecer esta modelagem quadrática para a termelétrica equivalente, apresenta-se um exemplo de sistema fictício com cinco termelétricas, cujas características para um determinado período  $t$ , estão apresentadas na Tabela 1. Com os valores fornecidos na Tabela 1, o problema de otimização proposto para a representação da termelétrica equivalente,

descrito em (1)–(4), foi resolvido resultando no despacho ótimo para cada potência despachável  $P_i^E$  na faixa  $\{1, \dots, |P|\}$ .

**Tabela 1** – Dados para um sistema termelétrico fictício.

	$B_j(t)$	$P_j^T$	$\bar{P}_j^T$
$j$	[R\$/ MW]	[MW]	[MW]
1	50	0	50
2	120	0	100
3	200	0	150
4	450	0	100
5	650	0	100

Fonte: Dos autores.

O despacho ótimo para alguns valores de potência deste sistema é apresentado na Tabela 2. Percebe-se que o despacho prioriza o mérito das usinas, isto é, despacha progressivamente as termelétricas com menor custo.

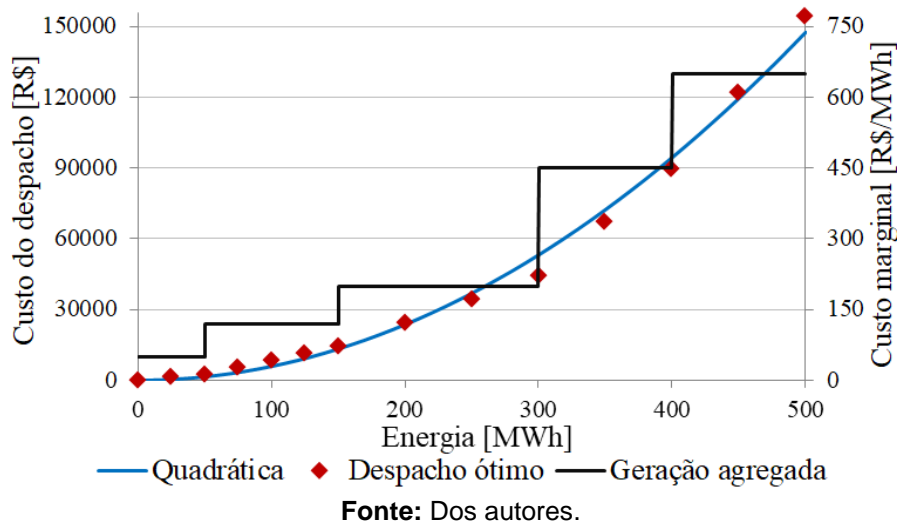
**Tabela 2** – Despacho ótimo e custo do despacho do sistema termelétrico fictício.

$P_i^E$	$P_{1i}^T$	$P_{2i}^T$	$P_{3i}^T$	$P_{4i}^T$	$P_{5i}^T$	$c_i$
[MW]	[MW]	[MW]	[MW]	[MW]	[MW]	[R\$]
25	25	0	0	0	0	1250
50	50	0	0	0	0	2500
75	50	25	0	0	0	5500
100	50	50	0	0	0	8500
125	50	75	0	0	0	11500
150	50	100	0	0	0	14500
200	50	100	50	0	0	24500
250	50	100	100	0	0	34500
300	50	100	150	0	0	44500
350	50	100	150	50	0	67000
400	50	100	150	100	0	89500
450	50	100	150	100	50	122000
500	50	100	150	100	100	154500

Fonte: Dos autores.

O custo do despacho termelétrico também é apresentado na Tabela 2. Na Figura 3, é apresentada a capacidade de geração agregada desse sistema termelétrico (em preto), também são apresentados os custos para esses valores de despacho (em vermelho), sendo possível observar o perfil quadrático da curva de custo do sistema termelétrico.

**Figura 3** – Capacidade de geração agregada e curvas de custo do despacho do sistema termelétrico fictício.



A partir dos pontos  $(c_i, P_i^E)$ , apresentados na Tabela 2, é possível ajustar uma curva correspondente a uma função quadrática, como aquela mostrada em (5), cujos coeficientes são dados por:

$$A_t = 0,590310687502309 \text{ [R\$/MW}^2\text{]}; B_t = 0,0 \text{ [R\$/MW]}; \text{ e } C_t = 0,0 \text{ [R\$]}.$$

Na Figura 3 também é mostrada a curva de custo quadrática (em azul) correspondente à função quadrática, equação (5), utilizando esses coeficientes. Considerando a metodologia proposta, realizou-se um estudo de caso do sistema de geração termelétrico da região nordeste do Brasil, com dados reais da capacidade de geração e do CVU (ONS, 2018).

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A região nordeste do Brasil dispõe das usinas termelétricas apresentadas na Tabela 3. Essas termelétricas foram modeladas considerando a sua capacidade máxima de geração e seu custo linear de operação. Foram utilizados os dados disponíveis no Programa Mensal de Operação Energética (ONS, 2018), considerando o valor do CVU de cada termelétrica para um determinado período do horizonte de planejamento.

**Tabela 3** – Dados do sistema termelétrico da região nordeste do Brasil.

Termelétrica	Potência máxima [MW]	CVU $\left[ \frac{R\$}{MWh} \right]$	Termelétrica	Potência máxima [MW]	CVU $\left[ \frac{R\$}{MWh} \right]$	Termelétrica	Potência máxima [MW]	CVU $\left[ \frac{R\$}{MWh} \right]$
Termope	533	103,39	Termone	171	434,83	Crato	13	646,34
Fortaleza	327	139,88	TermoPB	171	434,83	Iguatu	15	646,34
P.Pecem1	720	168,31	Global1	149	493,24	JuazeiroN	15	646,34
P.Pecem2	365	177,27	Global2	149	493,24	Nazaria	13	646,34
R.Almeida	138	252,87	Sykue1	30	510,12	Pecem	15	646,34
C. Furtado	186	279,04	Bahia1	31	569,02	Petrolina	136	702,50
JSPereira	368	314,63	Arembepe	150	640,30	Potiguar3	66	807,62
Termo Ceara	223	319,16	Altos	13	646,34	Potiguar	53	807,63
Pernambu3	201	363,67	Aracati	11	646,34	Camacari	347	943,88
Suape2	381	428,14	Baturite	11	646,34	PauFerro	94	961,30
Termocabo	50	428,84	C.Maior	13	646,34	Termomanau	143	961,30
Campina Gr.	169	433,89	Caucaia	15	646,34			

Fonte: ONS (2018).

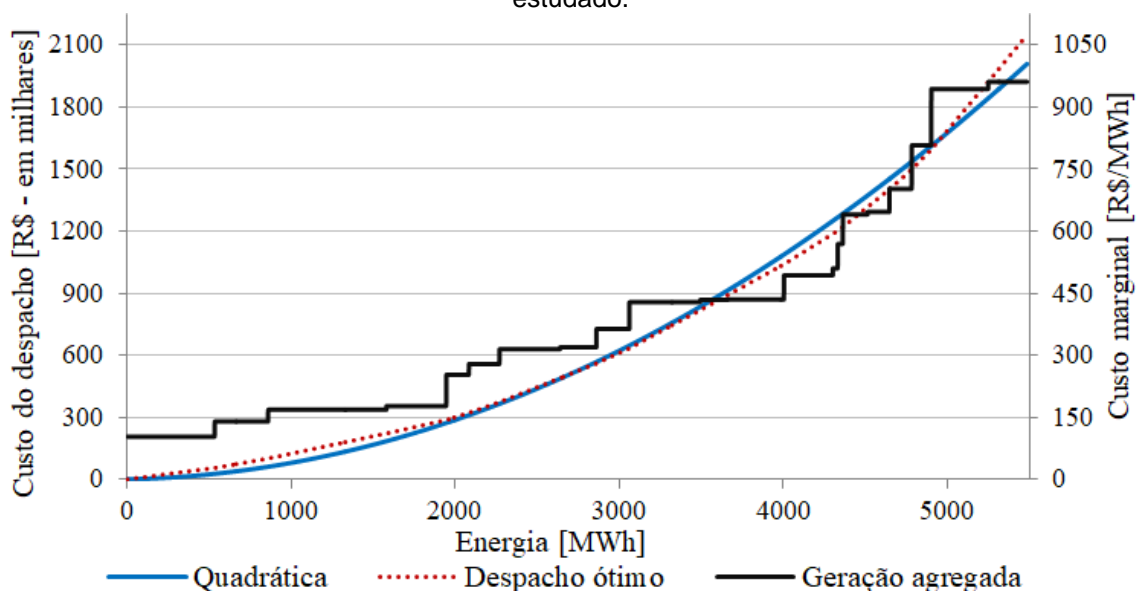
Na Figura 4 é apresentada a curva de geração termelétrica agregada, em preto, formada pela capacidade de geração de cada termelétrica do sistema estudado e o respectivo CVU adotado. Também são apresentados os valores de custo do despacho termelétrico ótimo (vermelho), resultantes do problema de otimização descrito nas equações (1)–(4). A partir dos custos do despacho ótimo, pôde-se encontrar a curva de custo da termelétrica equivalente, apresentada em azul.

Ou seja, aplicando-se um ajuste quadrático ao conjunto de pontos  $(c_i(t), P_i^E)$  do despacho ótimo, considerando o coeficiente linear (b) positivo e termo independente (c) nulo, foram definidos os coeficientes da função quadrática para o custo do despacho termelétrico do sistema estudado:

$A_i = 0,0638598388352609$  [R\$/MW<sup>2</sup>];  $B_i = 15,9396102216687$  [R\$/MW]; e  $C_i = 0,0$  [R\$].

Esses coeficientes, aplicados à função quadrática apresentada na equação (5), resultam na curva quadrática de custo do despacho do sistema termelétrico, apresentada na Figura 4, em azul.

**Figura 4** – Capacidade de geração agregada e curvas de custo do despacho do sistema estudado.



Fonte: Dos autores.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho modelou um sistema de geração termelétrica por meio de uma unidade equivalente, visando encontrar uma função quadrática do custo do despacho desse sistema com base na capacidade de geração e no custo linear de cada unidade termelétrica. Para essa representação quadrática dos custos operacionais, foi proposto um problema de otimização que substitui a

abordagem linear usual por uma função quadrática, que representa de forma mais aproximada os custos da geração termelétrica. A modelagem proposta calcula o despacho ótimo do sistema por ordem de mérito, portanto, priorizando as unidades termelétricas de menor custo.

Realizou-se um estudo de caso em um sistema de geração termelétrico real de grande porte, o sistema da região nordeste do Brasil, considerando dados reais da capacidade de geração de cada termelétrica da região e seu respectivo custo linear de geração. A modelagem quadrática proposta foi aplicada ao sistema estudado, resultando nos coeficientes da função quadrática para o custo do despacho do sistema de geração de energia termelétrica na região. Notou-se que a função quadrática apresenta resultados similares aos resultados do despacho ótimo, sendo uma alternativa para a representação dos custos do sistema termelétrico. No estudo de caso, também se pôde perceber que o sistema da região nordeste apresenta expressiva variação no custo de operação de suas termelétricas, demonstrando que quanto maior a necessidade de utilizar essa modalidade de geração, maior será o custo marginal de operação.

## REFERÊNCIAS

CICOGNA, M. A. **Sistema de suporte a decisão para o planejamento e a programação da operação de sistemas de energia elétrica**. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2004. Disponível em: <<http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/260310>>.

EL-HAWARY, M. E.; CHRISTENSEN, G. S. **Optimal economic operation of electric power systems**. New York: Academic Press, 1979. (Mathematics in science and engineering). ISBN 978-0-12-236850-9.

IEMA. **Termoeletricidade em foco**: Uso de água em termoelétricas. 2016. Disponível em: <[energiaeambiente.org.br/publicacoes](http://energiaeambiente.org.br/publicacoes)>.

ONS. **Programa Mensal da Operação (PMO)**. 2018. Disponível em: <<http://ons.org.br:80/pt/paginas/energia-no-futuro/programacao-da-operacao>>.

SILVA, R. R. B. **Abordagem Estocástica Adaptativa em Dois Estágios para a Aquisição de Energia em Mercados de Eletricidade de Sistemas Hidrotérmicos**. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2021. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/214552>>

ZAMBELLI, M. *et al.* **NEWAVE versus ODIN**: comparação entre modelo estocástico e determinístico no planejamento da operação energética do sistema interligado nacional. *Sba: Controle & Automação, Sociedade Brasileira de Automática*, v. 22, n. 6, p. 598–609, dez. 2011. ISSN 0103-1759. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/ca/a/MGWjtSCqzxdKBcGLhn4Jyky/?lang=en>>.

-----  
Edição especial – Simpósio de Engenharia de Controle e Automação - SIMECA - IFPR

Enviado em: 01 dez. 2022

Aceito em: 05 dez. 2022

Editor responsável: Mateus das Neves Gomes