



# CONTROLE DE UM SISTEMA VIGA-HÉLICE ATRAVÉS DE SERVOMECANISMO VIA ALOCAÇÃO DE POLOS

## CONTROL OF A PROPELLER-BEAM SYSTEM USING SERVO SYSTEM VIA POLE PLACEMENT

Vitor Hugo de Souza Bispo<sup>1</sup> Lucas Carvalho de Camargo<sup>2</sup> Hugo Fernando Yamanaka<sup>3</sup> Carlos Alexandre de Souza Bispo<sup>4</sup> Ricardo Breganon<sup>5</sup> Uiliam Nelson Lenzion Tomaz Alves<sup>6</sup> 

**Resumo:** Um equipamento que pode ser utilizado no estudo de sistemas de controle é o sistema Viga-Hélice. Dentre suas características destaca-se sua não linearidade, que representa um desafio ao projeto do controlador. O sistema Viga-Hélice se trata de um sistema tipo pêndulo, o qual possui uma haste conectada a um eixo fixo, permitindo o movimento de rotação. Em uma de suas extremidades, esse sistema possui um motor e uma hélice, que são os responsáveis pelo empuxo que gera a variação angular da haste. Este trabalho apresenta o projeto de um controlador para o sistema Viga-Hélice através de servomecanismo via alocação de polos, a fim de estabilizar o conjunto e seguir uma trajetória desejada. Através da ferramenta de identificação ‘*System Identification*’ do *software* Matlab® foi possível estimar um modelo linearizado em torno de um ponto de operação do sistema Viga-Hélice e esse modelo foi utilizado no projeto do controlador. Os resultados de simulação e experimentais são apresentados ao longo deste trabalho, mostrando a eficácia da abordagem utilizada.

**Palavras-chave:** Viga-Hélice. Identificação de Sistemas. Servomecanismo. Alocação de Polos.

<sup>1</sup>Discente do curso de Engenharia de Controle e Automação, IFPR, Jacarezinho, Paraná, vitor7181@gmail.com.

<sup>2</sup>Discente do curso de Engenharia de Controle e Automação, IFPR, Jacarezinho, Paraná, lucasxz.our@gmail.com.

<sup>3</sup>Discente do curso de Engenharia de Controle e Automação, IFPR, Jacarezinho, Paraná, hugofernandoyamanaka@gmail.com.

<sup>4</sup>Discente do curso de Engenharia de Controle e Automação, IFPR, Jacarezinho, Paraná, carlosalexandrehk@gmail.com.

<sup>5</sup>Doutor em Engenharia Mecânica, IFPR, Jacarezinho, Paraná, ricardo.breganon@ifpr.edu.br.

<sup>6</sup>Doutor em Engenharia Elétrica, IFPR, Jacarezinho, Paraná, uiliam.alves@ifpr.edu.br.

**Abstract:** A piece of equipment that can be used in the study of control systems is the Propeller-Beam system. Among its characteristics, its nonlinearity stands out, representing a challenge to a control design. The Propeller-Beam system is a pendulum type system with a rod connected to a fixed axis, allowing rotational movement. At one of its ends, this system has a motor and a propeller responsible for the thrust that generates the rod's angular variation. This work presents the design of a controller for the Propeller-Beam system through servo system via pole placement in order to stabilize the system and make the rod's angle follow the desired trajectory. Through 'System Identification' tool of the Matlab® software, it was possible to estimate a linearized model around an operating point of the Propeller-Beam system, and this model was used in the controller design. Simulation and experimental results are presented throughout this work, showing this approach's effectiveness.

**Keywords:** Propeller-Beam System. Systems Identification. Servo System. Pole Placement.

# 1 INTRODUÇÃO

Os sistemas tipo pêndulo invertido são sistemas mecânicos de grande interesse para as áreas de engenharia de controle, pois representam um desafio ao projeto de controladores devido a sua não linearidade e instabilidade na posição invertida (OGATA, 2010). No entanto, esses sistemas podem ser aproximados por modelos lineares em torno de um ponto de operação (ENIKOV e CAMPA, 2012; JOB e JOSE, 2015).

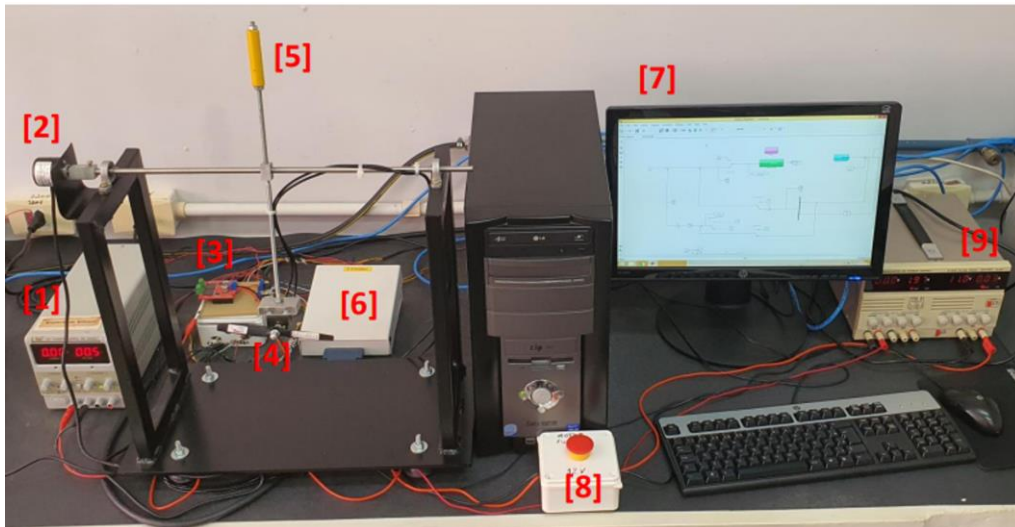
Existem algumas variações de pêndulos, como pêndulo invertido sobre carro (OGATA, 2010), pêndulo Furuta (ALVES *et al.*, 2022), Aeropêndulo (BREGANON *et al.*, 2021), Viga-Hélice (YAMANAKA *et al.*, 2021), entre outras. O sistema mecânico Viga-Hélice se trata de um sistema tipo pêndulo, o qual possui uma haste que rotaciona em torno de um eixo fixo. Em uma de suas extremidades, este sistema possui um motor e uma hélice, que são os responsáveis por fornecer o empuxo necessário para o movimento da haste. Na Figura 1 é possível observar uma imagem do projeto do protótipo Viga-Hélice (YAMANAKA *et al.*, 2022). Já a Figura 2 se trata de uma imagem do protótipo real, que se encontra no Laboratório de Automação e Controle do Instituto Federal do Paraná (IFPR) – Jacarezinho. Os componentes do protótipo de sistema Viga-Hélice são identificados por números e explicados na Tabela 1.

**Figura 1** – Protótipo do sistema Viga-Hélice.



**Fonte:** Yamanaka *et al.* (2022).

**Figura 2** – Protótipo do sistema Viga-Hélice construído no Laboratório de Automação e Controle do Instituto Federal do Paraná (IFPR) – Jacarezinho.



Fonte: Yamanaka *et al.* (2022).

**Tabela 1** – Componentes do protótipo Viga-Hélice.

Número	Descrição
[1]	Fonte 5 V para alimentar o <i>encoder</i> .
[2]	<i>Encoder</i> rotacional incremental LPD 3806-600BM-G5-24C.
[3]	Ponte H <i>Monster Motor Shield</i> VNH3ASP30.
[4]	Hélice de 6" x 3,5.
[5]	Contrapeso com massa de 57,33 g.
[6]	Bloco de conectores para placa de aquisição de dados da fabricante <i>National Instruments</i> ®, modelo PCI-6602.
[7]	Computador Intel Core 2 Duo E8600 3,33 GHz, com 2 GB de RAM.
[8]	Botão de emergência do sistema.
[9]	Fonte 12 V para alimentar o conjunto propulsor.

Fonte: Yamanaka *et al.* (2022).

## 2 IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA

O modelo matemático de um sistema real se trata de um análogo matemático que representa algumas das características observadas em tal sistema (AGUIRRE, 2007). A partir do modelo, diversas características podem ser representadas de forma aproximada que variam conforme o objetivo para qual o modelo está sendo desenvolvido. Para este trabalho a característica de interesse em se representar é a evolução temporal, ou seja, o comportamento do sistema em função do tempo.

Existem alguns sistemas para os quais a obtenção de um modelo matemático a partir de seus princípios físicos se torna uma tarefa complexa. Nestes casos é possível realizar a identificação do sistema com base em dados de entrada e saída obtidos através de testes com o sistema real, utilizando como apoio ferramentas e *softwares* que auxiliam na modelagem. Neste trabalho foi feito o uso da ferramenta ‘*System Identification*’ *Toolbox*<sup>TM</sup> do *software* Matlab® para modelagem dinâmica de sistemas.

Para a identificação do sistema foi necessário adotar um ponto de operação para o Viga-Hélice denominado  $\theta_0$ , o ângulo que corresponde ao sinal de controle  $u_0$ . Foi aplicado um sinal PWM  $u_0 = 0,5$  para o acionamento do motor, gerando o empuxo para a movimentação da haste. Após o sistema estabilizar, o valor medido pelo encoder acoplado no Viga-Hélice foi ajustado para que se torne um ponto de operação do sistema,  $\theta(t) - \theta_0 = \Delta\theta(t) = 0 \text{ rad}$ . Posteriormente aplicou-se um sinal tipo degrau, com valor de  $u(t) = 0,7$ , assim,  $\Delta u(t) = u(t) - u_0 = 0,2$ . Novamente aguardou-se o sistema estabilizar, sendo considerado para a identificação a saída do sistema sendo a variação do movimento angular  $\Delta\theta(t)$  e a entrada,  $\Delta u(t)$ .

Com os dados obtidos pelo ensaio em malha aberta foi possível, a partir da *System Identification Toolbox*<sup>TM</sup>, estimar uma função de transferência que representa a dinâmica do sistema, apresentada na Equação (1). Essa função de transferência é de segunda ordem com 0 número de zeros e 2 polos. Ela obteve 89,93% de aproximação dos dados reais da planta. Na Figura 3 é possível visualizar graficamente a evolução temporal da resposta do protótipo e do modelo de segunda ordem gerado pela *Toolbox*.

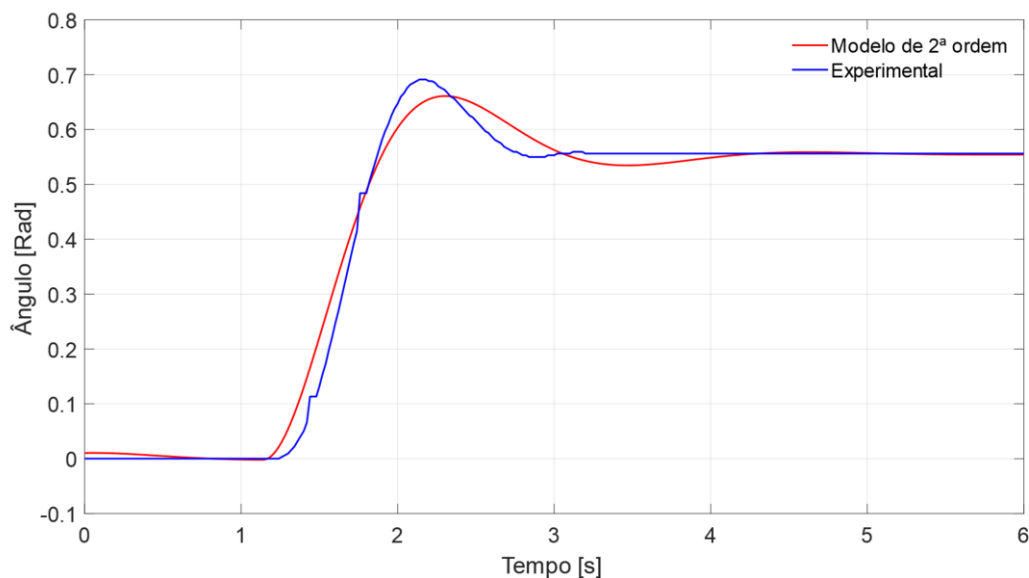
$$G(s) = \frac{25,86}{s^2 + 2,848s + 9,32} \quad (1)$$

O sistema também pode ser representado em espaço de estados. Considerando os vetores de estado  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$  e de entrada  $u = [u]$ , tem-se

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9,32 & -2,848 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 25,86 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0].$$

**Figura 3** – Evolução temporal da resposta do protótipo e do modelo gerado pela *Toolbox*.



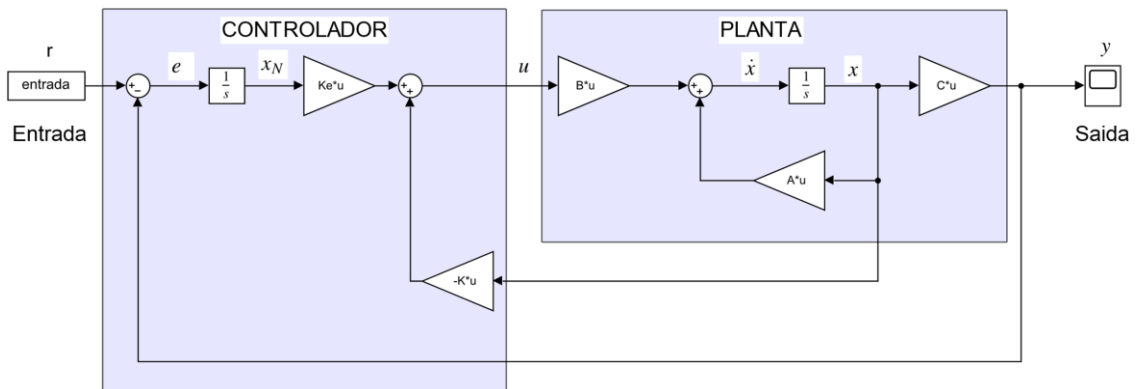
**Fonte:** Elaborado pelos autores.

### 3 SERVOSSISTEMA DE CONTROLE

O controle por servomecanismo, também chamado de controle seguidor de referência com realimentação de estado, surgiu a partir do projeto do controlador com realimentação das variáveis de estados, porém com o acréscimo de um caminho de realimentação na saída do sistema para formar um erro,  $e$ , o qual é conectado a planta controlada através de um integrador. O integrador aumenta o tipo do sistema em uma ordem e reduz o erro finito a zero (NISE, 2018).

Na Figura 4 é apresentado o esquema de controle usando servomecanismo. Foi acrescentada uma variável de estado,  $x_N$ , na saída do integrador. A derivada de  $x_N$  se trata do erro, ou seja, a diferença entre entrada e saída do sistema.

**Figura 4** – Diagrama de blocos de um servossistema.



Fonte: Elaborado pelos autores, adaptado de Nise (2018).

A partir do diagrama presente na Figura 4, tem-se que

$$\dot{x}_N = e = r - Cx. \quad (3)$$

Assim, as equações de estado de um servomecanismo são dadas por

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (4)$$

$$\dot{x}_N = -Cx + r, \quad (5)$$

$$y = Cx. \quad (6)$$

Considerando que o sistema com realimentação é estável e que as variáveis de estado tendem a valores constantes em regime permanente ( $x(\infty)$ ,  $x_N(\infty)$ , e  $u(\infty)$ ), é possível representar o sistema descrito pelas Equações (4), (5), e (6) como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{x}_{Ne} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ x_{Ne} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u; \quad y = [C \quad 0] \begin{bmatrix} x_e \\ x_{Ne} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

sendo  $x_e(t) = x(t) - x(\infty)$ ,  $x_{Ne}(t) = x_N(t) - x_N(\infty)$ ,  $\hat{u}(t) = u(t) - u(\infty)$  (veja Ogata (2010) para maiores detalhes). A lei de controle é definida da seguinte maneira:

$$u = -Kx + K_e x_N = -[K - K_e] \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix}. \quad (8)$$

## 4 ALOCAÇÃO DE POLOS

O método de projeto comumente chamado de alocação polos se trata de uma técnica em que se admite que todas as variáveis de estado são mensuráveis e disponíveis para a realimentação (OGATA, 2010). Então, se o sistema for completamente controlável, ou seja, a matriz  $C_o = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{(n-1)}B]$  possuir posto igual a  $n$ , sendo  $n$  a ordem do sistema, os polos do sistema em malha fechada podem ser alocados em quaisquer posições desejadas através da realimentação de estado e de uma matriz de ganho  $K$  adequada.

Substituído a lei de controle  $u = -Kx + r$  na Equação (2) tem-se que a dinâmica do sistema em malha fechada é dada por

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax + B(-Kx + r) = (A - BK)x(t) + Br, \\ y &= Cx.\end{aligned}\tag{9}$$

Observe que  $(A - BK)$  age como a nova matriz de estado do sistema, e assim podemos ajustar o valor de seus autovalores a partir dos valores escolhidos para  $K$ , modificando a dinâmica do sistema. Aplicando a transformada de Laplace na Equação (9), obteve-se

$$\begin{aligned}sX(s) &= AX(s) - BKX(s) + BR(s) = (A - BK)X(s) + BR(s), \\ Y(s) &= CX(s).\end{aligned}\tag{10}$$

Calculando a função de transferência  $G(s)$  entre a saída  $Y(s)$  e a entrada  $R(s)$  da Equação (10),

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = C[SI - A + BK]^{-1}B = \frac{C \text{ cof}[SI - A + BK]^T B}{\det(sI - A + BK)}.\tag{11}$$

A equação característica do sistema realimentado é definida na Equação (12):

$$\det(sI - A + BK) = 0.\tag{12}$$

Quando não existe cancelamento entre polos e zeros da função de transferência  $G(s)$  as raízes da Equação (12) são os polos do sistema definido na Equação (11). Nesse caso o procedimento para a técnica de alocação de polos pode ser realizado comparando a equação característica com o polinômio característico desejado.

O polinômio característico desejado é formado a partir dos polos  $P$  definidos no projeto, ou seja, sendo  $P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]$ , o polinômio desejado será  $(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)$ .

Os elementos de  $K$  são obtidos igualando-se a equação característica com o polinômio característico desejado, como mostra a Equação (13).

$$\det(sI - A + BK) = (s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n). \quad (13)$$

No controle do sistema Viga-Hélice, após testar sua controlabilidade, foram definidos os polos em malha fechada de forma experimental com base nos requisitos de resposta transitória. Um sistema de ordem  $n$  terá  $n$  número de polos a serem definidos, e para o projeto de um servossistema via alocação de polos é introduzido um integrador no ramo direto entre o comparador e o erro da planta (OGATA, 2010), aumentando o tipo de sistema em uma ordem. Foram definidos, então, os polos sendo números reais e no lado esquerdo do plano complexo:

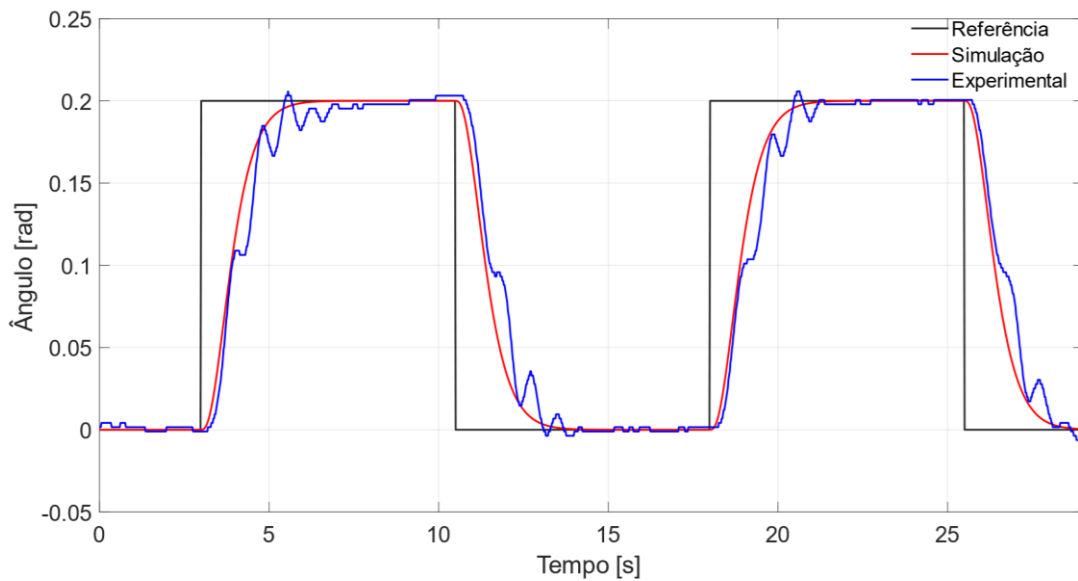
$$P = [-3 \ -3 \ -3]. \quad (14)$$

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Utilizando as matrizes da Equação (7), os polos na Equação (14), e o comando 'acker' do Matlab® foi possível obter os ganhos  $K = [0,6837 \ 0,2379]$  e  $K_e = [1,0441]$ .

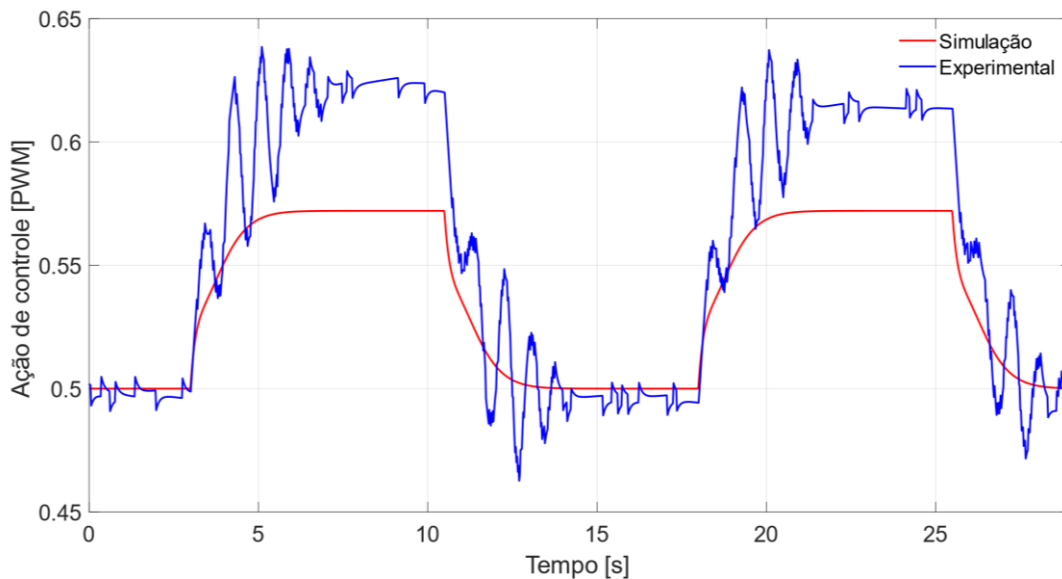
Na Figura 5 é possível analisar a variação do ângulo  $\Delta\theta(t)$  para o sistema simulado e para o sistema experimental, ambos em malha fechada com o controlador seguidor de referência com realimentação de estado.

**Figura 5** – Resposta do sistema simulado e experimental em malha fechada com o controlador.



Fonte: Elaborado pelos autores.

**Figura 6** – Sinal de controle para o sistema simulado e experimental.



Fonte: Elaborado pelos autores.

É possível observar na Figura 6, que o sinal de controle para o sistema simulado e experimental possuem a mesma tendência, mas apresentam características diferentes, isso ocorre devido as não linearidades e possíveis ruídos que são desconsiderados no momento da simulação. Mesmo assim o

controlador foi capaz de atingir o valor adequado para o sinal de controle de modo que a posição angular fosse a mesma que a referência.

Observando as respostas simuladas e experimentais é possível perceber que ambos seguiram a referência desejada. Isso mostra que o controle através de servomecanismo via alocação de polos foi projetado de forma eficaz para o sistema Viga-Hélice. Ainda é possível concluir que a ferramenta ‘*System Identification*’ *Toolbox*<sup>TM</sup> conseguiu estimar com êxito uma função de transferência próxima do modelo real da planta.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou a identificação do sistema Viga-Hélice através do ‘*System Identification*’ *Toolbox*<sup>TM</sup> para obter a função de transferência. A partir desta identificação, o sistema foi representado em espaço de estados para o projeto de um servossistema, também conhecido como controle seguidor de referência com realimentação de estado, ou controle integrador. Os ganhos do servossistema foram obtidos utilizando alocação de polos. O controlador projetado desempenhou satisfatoriamente os requisitos esperados no sistema simulado e no sistema experimental.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Instituto Federal do Paraná, pelo apoio financeiro e pelo suporte no desenvolvimento deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas**: Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais. 3 ed. Belo Horizonte: UFMG, 2004.

ALVES, U. N. L. T.; BREGANON, Ricardo; PIVOVAR, L. E.; DE ALMEIDA, J. P. L. S.; BARBARA, G. V.; MENDONÇA, M.; PALÁCIOS, R. H. C. Discrete-Time  $\mathcal{H}_\infty$  Integral Control Via LMIs Applied to a Furuta Pendulum. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, v. 1, p. 1-12, 2022.

BREGANON, Ricardo; ALVES, U. N. L. T.; RIBEIRO, F. S. F.; BARBARA, G. V.; ALMEIDA, J. P. L. S.; PIVOVAR, L. E.; MONTEZUMA, M. A. F. e MENDONÇA, M. Desenvolvimento de sistemas de pêndulos invertidos como ferramentas didáticas em cursos de engenharia de controle e automação. **Holos**. 37(5), 2021.

ENIKOV, E. T.; CAMPA, G. Mechatronic aeropendulum: Demonstration of linear and nonlinear feedback control principles with MatLab/Simulink real-time windows target. **IEEE Transactions on Education**, Piscataway, v. 55, n. 4, p. 538-545, 2012.

JOB, M. M.; JOSE, P. Subha Hency. Modeling and control of mechatronic aeropendulum. In: **2015 International Conference on Innovations in Information, Embedded and Communication Systems (ICIIECS)**. IEEE, 2015. p. 1-5.

NISE, N. S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 7 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5 ed. São Paulo: Pearson, 2010.

YAMANAKA, H. F.; BISPO, C. A. S.; ALMEIDA, J. P. L. S.; BREGANON, Ricardo; ALVES, U. N. L. T. **Controle de um Sistema Viga-Hélice Usando um Compensador de Avanço e Atraso de Fase**. Anais do II SIMECA - Simpósio de Engenharia de Controle e Automação. Jacarezinho. Ed. 2. p. 15-18, 2021.

YAMANAKA, H. F.; BISPO, C. A. S.; BREGANON, Ricardo; RIBEIRO, F. S. F.; ALMEIDA, J. P. L. S.; ALVES, U. N. L. T. Construção e Controle Seguidor via LQR de um Sistema Aeropêndulo. **Anais do Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2022)**, 2022.

-----  
Edição especial – Simpósio de Engenharia de Controle e Automação - SIMECA - IFPR

Enviado em: 27 nov. 2022

Aceito em: 30 nov. 2022

Editor responsável: Mateus das Neves Gomes