


IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE PID DE UM SISTEMA VIGA-HÉLICE

IDENTIFICATION AND PID CONTROL OF A PROPELLER-BEAM SYSTEM

Carlos Alexandre de Souza Bispo¹ 

Hugo Fernando Yamanaka² 

Ricardo Breganon³ 

Uiliam Nelson Lenzion Tomaz Alves⁴ 

Resumo: Para o ensino de sistemas de controle faz-se necessário a construção de protótipos para experiências didáticas, visando complementar o aprendizado dos alunos, especialmente nos cursos de engenharia. Este artigo apresenta a identificação e o controle PID de um protótipo didático de um sistema viga-hélice desenvolvido no Laboratório de Automação e Controle do Instituto Federal do Paraná (IFPR) – Jacarezinho. O protótipo consiste em uma haste fixada a um eixo rotacional. Um conjunto motor-hélice é acoplado a uma das extremidades desta haste, proporcionando o empuxo necessário para a variação do ângulo. Um contrapeso é fixado na outra extremidade da haste, a fim de balancear o sistema e reduzir a força de empuxo necessária para a rotação. Duas funções de transferência foram obtidas como modelo do sistema, uma de 2ª ordem e outra de 3ª ordem, através da realização de ensaios em malha aberta em torno de um ponto de operação e da utilização a ferramenta ‘*ident*’ do *software Matlab*®. Posteriormente, utilizou-se a ferramenta ‘*rltool*’ do *software Matlab*® para projetar dois controladores PID, um para cada modelo, encontrando os ganhos K_p , K_i e K_d de cada controlador. Durante a realização dos testes, a posição do contrapeso foi alterada duas vezes, resultando em três posições diferentes. Ambos os controladores PID foram aplicados em cada uma dessas configurações de modo a analisar o comportamento do sistema, do sinal de controle e a robustez, totalizando seis testes experimentais. Os resultados de simulações e experimentais mostraram que os controladores projetados foram capazes de controlar o ângulo da haste seguindo uma onda quadrada em todos os testes. O índice ITAE (integral do erro absoluto ponderado no tempo), que destaca o erro que se mantém ao longo do tempo, foi usado para avaliar numericamente o desempenho dos controladores. Os aspectos construtivos do protótipo e os resultados são apresentados ao longo deste trabalho.

Palavras-chave: Protótipo didático viga-hélice. Controlador PID. Índice ITAE. Identificação de sistema dinâmico.

¹ Discente do Curso de Engenharia de Controle e Automação, IFPR, Jacarezinho, Paraná, carlosalexandrehk@gmail.com.

² Discente do Curso de Engenharia de Controle e Automação, IFPR, Jacarezinho, Paraná, hugofermandoyamanaka@gmail.com.

³ Doutor em Engenharia Mecânica, IFPR, Jacarezinho, Paraná, ricardo.breganon@ifpr.edu.br.

⁴ Doutor em Engenharia Elétrica, IFPR, Jacarezinho, Paraná, uiliam.alves@ifpr.edu.br.

Abstract: In teaching control systems, it is necessary to build prototypes for didactic experiences to complement the students' learning, especially in engineering courses. This paper presents the identification and the PID control of a propeller-beam didactic prototype developed at the Automation and Control Laboratory of the Federal Institute of Paraná (IFPR) – Jacarezinho. The prototype consists of a rod fixed to a rotational axis. A propeller-motor set is attached to one end of this rod, providing the necessary thrust for the angle variation. A counterweight is connected to the other end of the rod to balance the system and reduce the thrust force necessary to rotate it. Two transfer functions were obtained as a model of the system, one of 2^a order and the other one of 3^a order, by carrying out open-loop tests around an operating point and using the 'ident' tool of the *Matlab*[®] software. Subsequently, the 'rltool' tool of the *Matlab*[®] software was used to design two PID controllers, one for each model, finding the K_p , K_i and K_d gains of each controller. During the tests, the position of the counterweight was changed twice, resulting in three different positions. Then, both PID controllers were applied to analyze the system's behavior, control action, and robustness, in each configuration, totaling six experimental tests. Simulation and experimental results showed that the designed controllers were able to control the rod angle following a square wave in all the tests. The ITAE index (integral of time-weighted absolute error), which highlights the error that remains over time, was used to numerically evaluate the controllers' performance. The constructive aspects of the prototype and the results are presented throughout this paper.

Keywords: Propeller-Beam didactic prototype. PID controller. ITAE index. Dynamic system identification.

1 INTRODUÇÃO

Para o ensino de sistemas de controle, faz-se necessário a construção de protótipos físicos de sistemas dinâmicos para experiências didáticas, visando complementar o aprendizado dos alunos, especialmente nos cursos de engenharia (ENIKOV e CAMPA, 2012). Durante os estudos, estes estudantes se deparam com disciplinas de sistemas de controle, as quais consistem na compreensão de leis, teoremas matemáticos e técnicas de controle clássicas e modernas (OGATA, 2010). Como por exemplo, os cursos de engenharia de controle e automação integram conhecimentos das áreas de eletrônica, elétrica, mecânica, computação e controle para a formação dos profissionais (BREGANON *et al.*, 2021).

Um sistema muito conhecido na área de controle automático é o pêndulo, que geralmente apresenta grande complexidade devido ao seu comportamento não linear e a instabilidade na posição invertida (OGATA, 2010). Na literatura existem diversas variações do pêndulo, como o Pendubot (SPONG e BLOCK, 1995), Acrobot (BROWN e PASSINO, 1997), pêndulo invertido de duas rodas (CHAVES, 2020), pêndulo invertido com roda de reação (ALVES, NEVES e ANGÉLICO, 2019), pêndulo Furuta (ALVES *et al.*, 2022), Aeropêndulo (BREGANON *et al.*, 2021), entre outros.

Uma proposta de protótipo didático é apresentada em Spong e Block (1995), que descreve o sistema Pendubot, uma variação do pêndulo invertido, para o uso no ensino de engenharia de controle e para pesquisa em controle não linear e robótica. Em Barros *et al.* (2019) é descrita uma aplicação do *design* baseado em modelo e projeto de controladores P, PI e PID para o Aeropêndulo, para facilitar aplicação em ambientes educacionais. Em Breganon *et al.* (2021), apresenta-se o desenvolvimento de duas ferramentas didáticas para complementar o estudo de sistemas de controle, um Aeropêndulo e um pêndulo Furuta.

Em especial, um protótipo de sistema viga-hélice (também conhecido como Aeropêndulo), consiste em uma viga (haste) apoiada em um eixo que permite um grau de liberdade, correspondendo à rotação da haste em ângulos desejados. Em uma das extremidades da viga é acoplado um conjunto motor-

hélice, que proporciona o empuxo necessário para rotação (JOB e JOSE, 2015; BARROS *et al.*, 2019; GONÇALVES *et al.*, 2019; BREGANON *et al.*, 2021).

De acordo com Klassner e Anderson (2003), bancadas didáticas proporcionam aos alunos a compreensão de conceitos importantes, em especial, o protótipo utilizado neste trabalho permite que os alunos assimilem a aplicação da teoria das leis de controle, aspectos da implementação de controladores e a identificação das características dinâmicas de um sistema físico. Barros *et al.* (2019) e Breganon *et al.* (2021), descrevem que o desenvolvimento dos protótipos permite a aproximação dos alunos com os estudos de controle, podendo facilitar a compreensão dos modelos matemáticos necessários para a análise dos sistemas.

Com base nas motivações apresentadas, neste trabalho são descritos os principais aspectos de construção de um protótipo didático de sistema viga-hélice, desenvolvido no Laboratório de Automação e Controle do Instituto Federal do Paraná (IFPR) – Jacarezinho. A identificação matemática do protótipo foi desenvolvida realizando ensaios em malha aberta em torno de um ponto de operação, ou seja, aplicando uma tensão no motor por meio de um sinal PWM (do inglês *Pulse Width Modulation*) em uma ponte H, obteve-se uma posição angular correspondente. Sendo a posição angular da viga a saída do sistema e o sinal PWM, a entrada, utilizou-se a ferramenta ‘*ident*’ do *software Matlab*[®] para encontrar modelos matemáticos lineares do sistema. Foram consideradas uma função de transferência de 2^a ordem e uma função de transferência de 3^a ordem como modelos para o projeto dos controladores.

Em ambos os modelos foi utilizada a ferramenta ‘*rltool*’ do *software Matlab*[®] para projetar os controladores PID e encontrar os ganhos K_p , K_i e K_d de cada controlador. Realizaram-se os testes experimentais no protótipo viga-hélice com ambos os controladores PID projetados, a fim de analisar o comportamento do sistema e da ação de controle, e comparar as respostas. Durante a realização dos testes, a posição do contrapeso foi alterada duas vezes, resultando em três posições diferentes. Ambos os controladores PID foram aplicados em cada uma dessas configurações de modo a analisar o comportamento do sistema, do sinal de controle e a robustez, totalizando seis testes experimentais. Daqui em diante cada um destes testes será denominado como caso. Para avaliar numericamente

o desempenho de cada caso, utilizou-se o índice ITAE (integral do erro absoluto ponderado no tempo), que destaca o erro que se mantém ao longo do tempo.

As próximas seções deste artigo são organizadas como se segue: na Seção 2 são apresentados os aspectos construtivos do protótipo desenvolvido, a identificação matemática e os parâmetros utilizados; na Seção 3 é descrita a teoria do controlador implementado no viga-hélice e o índice de desempenho utilizado; os resultados de simulação e experimentais são exibidos na Seção 4; na Seção 5, por fim, são traçadas as considerações finais e propostas de novos trabalhos.

2 CONSTRUÇÃO DO PROTÓTIPO VIGA-HÉLICE

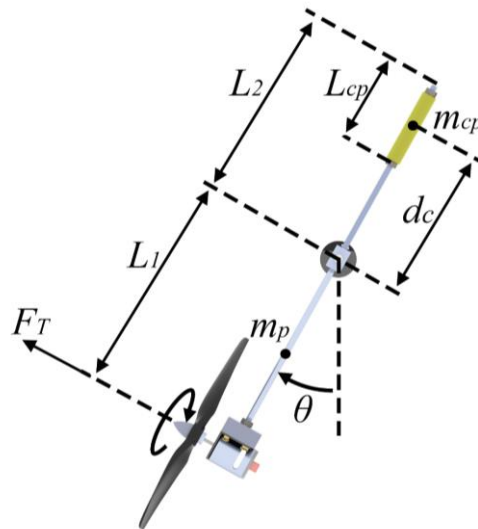
O sistema viga-hélice desenvolvido é um sistema mecânico que consiste em uma viga (haste), fazendo o papel de pêndulo, fixada a um eixo rotacional. Em uma das extremidades da haste existe um conjunto motor-hélice que proporciona o empuxo necessário para a variação do ângulo. Na outra extremidade é fixada outra haste com um contrapeso, a fim de balancear o sistema e reduzir a força de empuxo necessária para a rotação.

Na Figura 1 é apresentado um diagrama simplificado do sistema viga-hélice, que foi utilizado como base para o desenvolvimento do protótipo no Laboratório de Automação e Controle do Instituto Federal do Paraná (IFPR) – Jacarezinho.

Os parâmetros construtivos do sistema viga-hélice são os seguintes: comprimento da haste do pêndulo $L_1 = 205 \text{ mm}$, comprimento da haste do contrapeso $L_2 = 190 \text{ mm}$, comprimento do contrapeso $L_{cp} = 70 \text{ mm}$, massa do contrapeso $m_{cp} = 57,33 \text{ g}$, massa do conjunto do pêndulo $m_p = 118,27 \text{ g}$ e distância do centro do contrapeso até o centro do eixo de rotação $d_c = 146 \text{ mm}$.

O protótipo desenvolvido é mostrado na Figura 2, na qual os principais componentes são indicados por números. Para seu funcionamento, foi utilizada uma fonte de 5 V ① que é a responsável por energizar o encoder rotacional incremental LPD 3806-600BM-G5-24C ②, com 600 PPR, que indica a posição da haste durante o funcionamento do sistema viga-hélice.

Figura 1 - Diagrama do sistema viga-hélice.



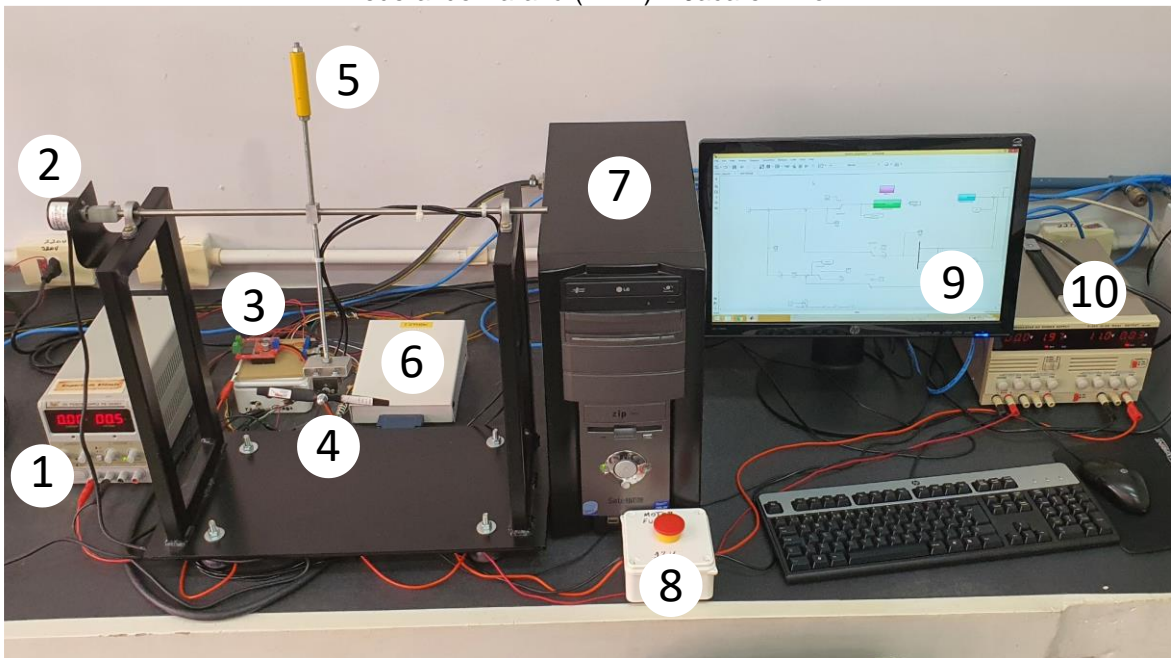
Fonte: elaborado pelos autores.

O acionamento do conjunto motor-hélice, que causa o empuxo responsável por realizar o movimento angular do sistema, é composto por uma hélice de 6"x3,5 e um motor de tensão 12 V ④, corrente contínua, potência de 4,85 W, torque de 53 gf.cm e rotação nominal de 12500 rpm. Um sinal PWM de controle é fornecido a uma ponte H Monster Motor Shield VNH3ASP30 com capacidade de corrente de 30 A ③. O contrapeso ⑤, instalado para reduzir a força de empuxo necessária para o movimento da haste, pode ser observado na cor amarela do lado oposto do conjunto motor-hélice (Figura 2).

A ponte H e o encoder são conectados a uma placa de aquisição de dados da fabricante *National Instruments*®, modelo PCI-6602, por meio de um bloco de conectores ⑥. Utilizou-se um computador Intel Core 2 Duo E8600 3,33 GHz, com 2 GB de RAM para o controle do sistema ⑦. O acionamento e a aquisição de dados são realizados no *software Matlab/Simulink*® ⑨.

Um botão de emergência ⑧ foi instalado no sistema, para garantir a segurança na operação. Por fim, o conjunto propulsor é alimentado por uma fonte 12 V de corrente contínua ⑩.

Figura 2 - Protótipo viga-hélice instrumentado no Laboratório de Automação e Controle do Instituto Federal do Paraná (IFPR) – Jacarezinho.



Fonte: elaborado pelos autores.

2.1 Identificação do sistema

Foi realizada a identificação do sistema pelo teste da resposta ao degrau (COELHO e COELHO, 2016), em malha aberta, na qual o processo é submetido a uma mudança tipo degrau na entrada. A curva de reação, resposta da saída do sistema, foi gravada e posteriormente utilizada para a obtenção do modelo com a utilização da ferramenta *'ident'* do software *Matlab*[®]. Observe que a entrada do sistema consiste no sinal PWM aplicado ao motor por meio da ponte H, e a saída consiste no ângulo da haste do pêndulo.

Assim, adotou-se um ponto de operação para o sistema viga-hélice, o ângulo θ_0 que é correspondente a um sinal de controle u_0 [PWM]. Para isto, aplicou-se um sinal PWM de $u_0(t) = 0,5$ no sistema, que gerou o empuxo na hélice acoplada ao motor, provocando assim o movimento do conjunto para a condição inicial desejada $\theta_0 = 0,421 \text{ rad}$. Logo após essa entrada, esperou-se a estabilização do sistema, e o valor obtido pelo encoder foi ajustado para que se torne o ponto de operação do sistema, $\theta(t) - \theta_0 = \Delta\theta(t) = 0 \text{ rad}$.

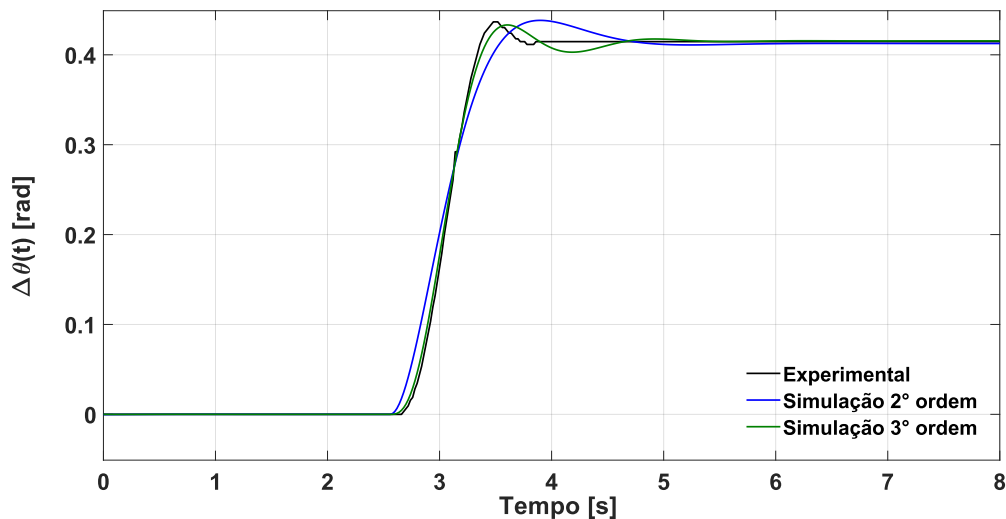
Posteriormente, aplicou-se outro sinal de entrada tipo degrau, com valor em PWM de $u(t) = 0,7$, no sistema, sendo a variação deste sinal com relação a u_0 o sinal de controle para o modelo linearizado, $u(t) - u_0 = \Delta u(t) = 0,2$.

Novamente esperou-se a estabilização do sistema, sendo a leitura pelo encoder da variação do movimento angular $\Delta\theta(t) = \theta(t) - \theta_0$, a saída do modelo linearizado.

A partir disto, com o auxílio da ferramenta 'ident' do software Matlab®, obteve-se duas funções de transferência como modelos linearizados do sistema, uma de 2ª e outra de 3ª ordem, nos quais o sinal de entrada foi formado pela variação do sinal PWM e a saída, pela variação do ângulo de resposta.

O modelo de 2ª ordem encontrado, em função de transferência, é dado na Equação (1). Este modelo apresentou uma aproximação de 93,48% em relação ao sinal obtido pelo sistema real. O modelo de 3ª ordem encontrado, também em função de transferência, é apresentado na Equação (2) e teve uma aproximação de 97,66% em relação ao sinal obtido pelo sistema real. Em ambas as Equações (1) e (2), $\Delta\theta(s)$ representa a transformada de Laplace da variação do ângulo da viga em relação ao ângulo no ponto de operação, e $\Delta U(s)$, a transformada de Laplace da variação do sinal PWM em relação ao PWM no ponto de operação. A Figura 3 ilustra as respostas experimental e as duas obtidas pelas funções de transferência identificadas.

Figura 3 - Resposta experimental e dos modelos obtidos por identificação.



Fonte: elaborado pelos autores.

$$\frac{\Delta\theta(s)}{\Delta U(s)} = \frac{20,23}{s^2 + 4,147s + 9,806}, \quad (1)$$

$$\frac{\Delta\theta(s)}{\Delta U(s)} = \frac{161,8}{s^3 + 7,124 s^2 + 37,61 s + 77,87} \quad (2)$$

3 CONTROLADOR PROPORCIONAL, INTEGRAL E DERIVATIVO (PID)

O controlador PID é um controlador clássico com grande relevância histórica. Ele une a ação proporcional, que calcula um sinal de controle com base no erro entre a saída do sistema e a referência; o termo integral, que garante que o erro seja nulo em regime permanente; e a ação derivativa, que tenta antecipar a ação de controle e melhora a resposta dinâmica do sistema (OGATA, 2010; FRANKLIN, POWELL e EMAMI-NAEINI, 2013; NISE, 2018).

A soma destas três ações de controle baseadas no erro gera o sinal de controle enviado ao atuador do sistema, sendo essas ações de controle ponderadas pelos ganhos K_p , K_i e K_d . Assim, o sinal de controle é calculado como

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3)$$

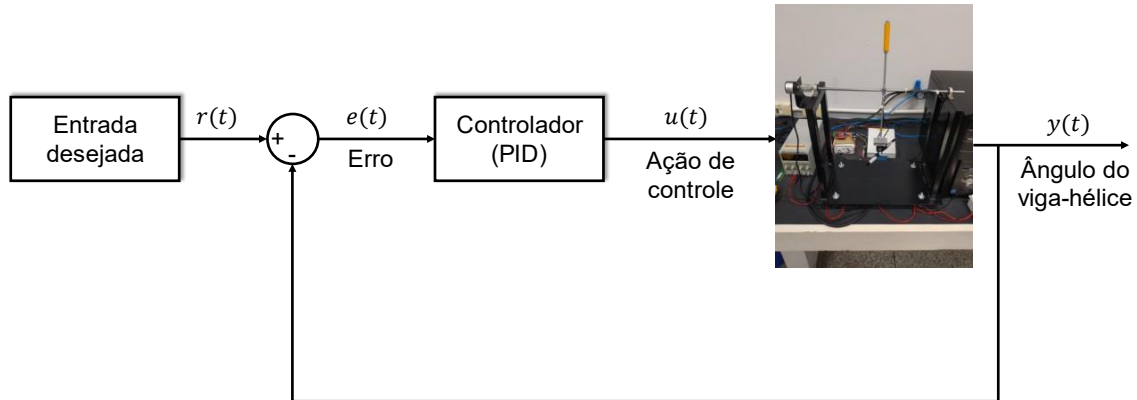
O controlador (3), no domínio da frequência, possui a seguinte função de transferência

$$\frac{U(t)}{E(t)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (4)$$

A escolha dos ganhos K_p , K_i e K_d é conhecida como sintonia do controlador PID, e na literatura existem diversos métodos de sintonia para este controlador. Gonçalves *et al.* (2019) demonstram uma sintonia ótima de controladores PID através de técnicas de identificação Caixa Cinza. Barros e Lima (2020) apresentam uma alternativa para a sintonia de controladores PID baseados em regulador linear quadrático (LQR), entre outros.

Neste trabalho, projetaram-se dois controladores PID para estabilizar o protótipo viga-hélice e fazer com que o ângulo da viga siga uma trajetória desejada. Na Figura 4 é apresentado um diagrama de blocos do sistema viga-hélice em malha fechada com o controlador PID.

Figura 4 - Diagrama de blocos do protótipo viga-hélice com controlador PID.

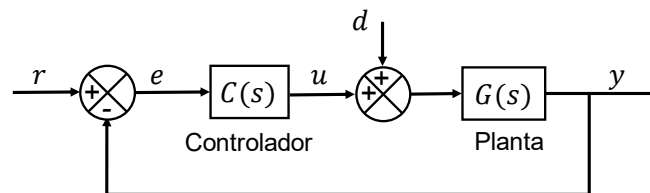


Fonte: elaborado pelos autores.

Para o projeto e sintonia dos controladores PID foi utilizada a ferramenta ‘*rltool*’ do *software Matlab*[®], que oferece diversos métodos de sintonia para controladores PID. O método utilizado neste trabalho foi o ‘*Robust response time*’, que a partir dos critérios de tempo de resposta e do comportamento transitório do sistema, calcula os valores dos ganhos K_p , K_i e K_d .

Para controladores PID como os apresentados na Figura 4, o *software* projeta o controlador baseando-se na estrutura mostrada na Figura 5, sendo $G(s)$ a planta especificada e $C(s)$, o controlador PID. Observe que o sinal de controle u é calculado pelo controlador com base no sinal de erro $e = r - y$, sendo r o sinal de referência e y , a saída da planta.

Figura 5 - Estrutura de controle para o projeto do controlador PID utilizando a ferramenta ‘*rltool*’ do *software Matlab*[®].



Fonte: adaptado de Mathworks (2022c).

O rastreamento de referência consiste na resposta y a sinais de referência r . A rejeição de distúrbios é a medida da supressão dos sinais d na resposta y . No projeto de controladores PID na ferramenta ‘*rltool*’ é possível projetar o controlador de modo a favorecer o rastreamento da referência ou a rejeição de

distúrbios conforme requerido pela aplicação (MATHWORKS, 2022c).

O critério de tempo de resposta torna a resposta do sistema mais rápida ou mais lenta e neste projeto adotou-se esse parâmetro como sendo de 1 segundo. O critério de comportamento transitório torna a resposta do controlador PID mais agressiva na rejeição de distúrbios ou mais robusta às incertezas presentes na dinâmica do sistema. O critério de comportamento transitório escolhido foi de 0,6, tornando assim a resposta do controlador mais robusta às incertezas (MATHWORKS, 2022a).

Os controladores projetados possuem os ganhos

$$K_p = 0,247, K_i = 0,935 \text{ e } K_d = 0,0164, \quad (5)$$

para o controlador baseado no modelo de 2ª ordem (1), e os ganhos

$$K_p = 0,245, K_i = 0,969 \text{ e } K_d = 0,0155, \quad (6)$$

para o controlador baseado no modelo de 3ª ordem (2).

Uma forma de avaliar numericamente o desempenho de um controlador é utilizar índices baseados na integral do erro, neste sentido utilizou-se o método ITAE (integral do erro absoluto ponderado no tempo). Esse critério multiplica o tempo pelo módulo do erro, dessa forma fazendo com que erros que aconteçam com valores de tempo pequenos sejam menos penalizados e erros com tempo maiores sejam mais ponderados (GONÇALVES, 2019). O ITAE é calculado como

$$ITAE = \int_0^T t|e(t)| dt. \quad (7)$$

4 RESULTADOS

O sistema viga-hélice foi identificado através da ferramenta *'ident'* do software *Matlab*®. Essa identificação resultou em dois modelos matemáticos para o sistema, um modelo linear de 2ª ordem (1), e um modelo linear de 3ª ordem (2), possibilitando assim o projeto de dois controladores PID (3). O controlador com os ganhos em (5) foi projetado através do modelo (1), e o controlador com os ganhos em (6) foi projetado através do modelo (2). Além disso, foram consideradas três posições para o contrapeso instalado no protótipo durante os testes práticos e em cada uma dessas posições os dois controladores foram testados. Assim, foram

realizados seis casos diferentes, sendo cada caso um conjunto de configuração do protótipo e controlador.

Os casos estudados são descritos na Tabela 1. Cada teste é definido seguindo o número de identificação do caso, o modelo matemático utilizado, a equação do PID e seus respectivos ganhos, e a posição do contrapeso do protótipo viga-hélice durante a realização do ensaio experimental. Os casos 1 e 2 possuem resultados obtidos via simulação e via experimental. Nestes casos foi possível realizar a simulação devido à posição do contrapeso ser a mesma utilizada na realização da identificação do sistema.

Para a validação da metodologia escolhida, foram implementados no protótipo do sistema viga-hélice ambos os controladores PID (3), com os ganhos em (5) e em (6), através do *Simulink/Matlab*[®].

Observe que a Equação (3) é expressa em tempo contínuo e que o controlador foi implementado em um computador digital. Devido a esta abordagem, é necessário discretizar a Equação (3) para se encontrar a equação de diferenças necessária para se implementar o controlador PID digitalmente. Uma possível discretização da Equação (3) é encontrada através do algoritmo de velocidade, como mostrado em Franklin, Powell e Workman (1998):

$$u(k) = u(k - 1) + \left[\left(K_p + K_i T + \frac{K_d}{T} \right) e(k) - \left(K_p + \frac{2K_d}{T} \right) e(k - 1) + \frac{K_d}{T} e(k - 2) \right], \quad (8)$$

Neste trabalho, com a utilização *Simulink/Matlab*[®], a discretização foi realizada pelo próprio *software* com a escolha do tipo de *solver* como “*Fixed-step*” nas configurações do modelo e do período de amostragem em “*Fixed-step size*” (MATHWORKS, 2022b). Assim, a programação do controlador no *software Simulink/Matlab*[®] utilizou a Equação em tempo contínuo (3). Nos experimentos foi escolhido um período de amostragem de 0,02 s.

Nos testes realizados, o sistema foi colocado em seu ponto de operação e posteriormente foi aplicado um sinal de referência, do tipo onda quadrada, para a variação do ângulo. A referência utilizada é descrita por

$$r(t) = \begin{cases} 0,2 \text{ rad}, & 2 \leq t \leq 12 \text{ s} \\ 0 \text{ rad}, & 12 < t < 22 \text{ s} \\ 0,2 \text{ rad}, & 22 \leq t \leq 32 \text{ s} \\ 0 \text{ rad}, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (9)$$

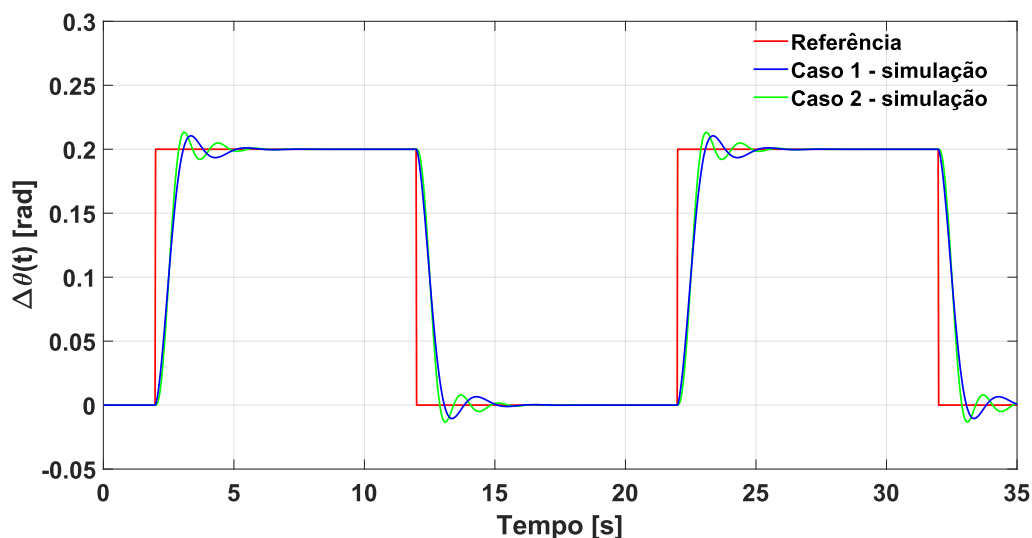
Tabela 1 - Descrição dos casos em estudo.

Teste	Ordem do Modelo	Controlador (3)	Posição do contrapeso (d_c)
Caso 1 - simulado	2ª ordem - equação (1)	Ganhos (5)	146 mm
Caso 2 - simulado	3ª ordem - equação (2)	Ganhos (6)	146 mm
Caso 1 - experimental	2ª ordem - equação (1)	Ganhos (5)	146 mm
Caso 2 - experimental	3ª ordem - equação (2)	Ganhos (6)	146 mm
Caso 3 - experimental	2ª ordem - equação (1)	Ganhos (5)	126 mm
Caso 4 - experimental	3ª ordem - equação (2)	Ganhos (6)	126 mm
Caso 5 - experimental	2ª ordem - equação (1)	Ganhos (5)	106 mm
Caso 6 - experimental	3ª ordem - equação (2)	Ganhos (6)	106 mm

Fonte: elaborado pelos autores.

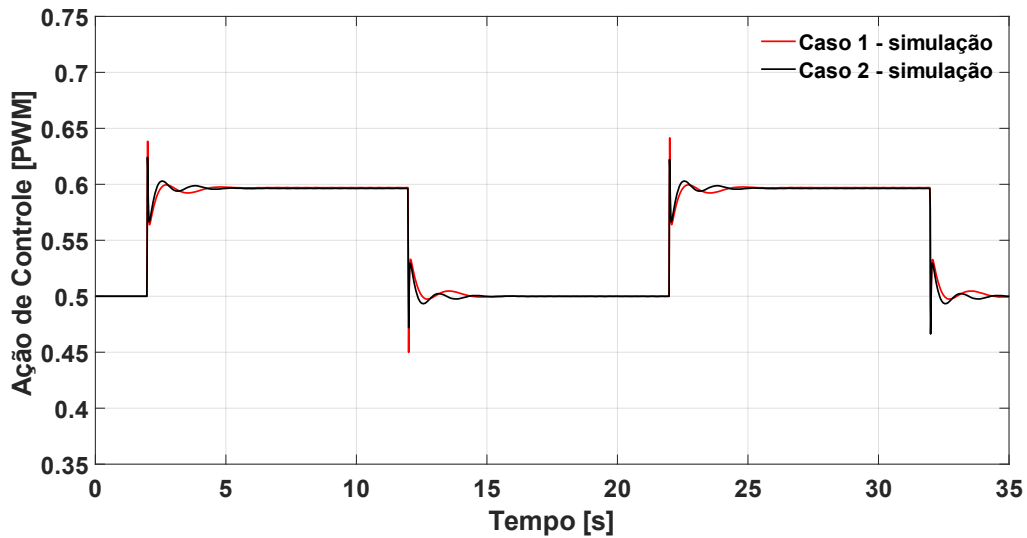
Na Figura 6 é possível observar a resposta, variação do ângulo da viga $\Delta\theta(t)$, do sistema em malha fechada com o controlador PID, casos 1 e 2 simulados que são descritos na Tabela 1. Os sinais de controle PWM calculados pelos controladores, já somados ao $u_0 = 0,5$, são mostrados na Figura 7.

Figura 6 - Resposta simulada do sistema viga-hélice com controlador PID para os casos 1 e 2 descritos na Tabela 1.



Fonte: elaborado pelos autores.

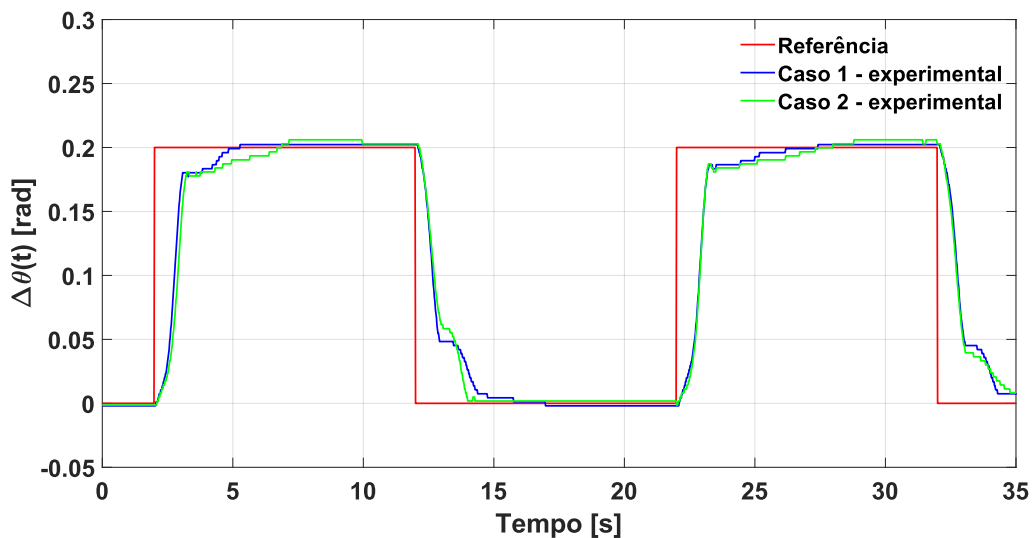
Figura 7 - Sinais de controle simulados dos controladores PID, para os casos 1 e 2 descritos na Tabela 1.



Fonte: elaborado pelos autores.

Na Figura 8 são apresentadas as respostas experimentais, obtidas no protótipo do sistema viga-hélice, utilizando os controladores PID dos casos 1 e 2 (Tabela 1). Os sinais de controle dos casos 1 e 2 experimentais são apresentados na Figura 9.

Figura 8 - Resposta do sistema viga-hélice com controlador PID para os casos 1 e 2 experimentais descritos na Tabela 1.

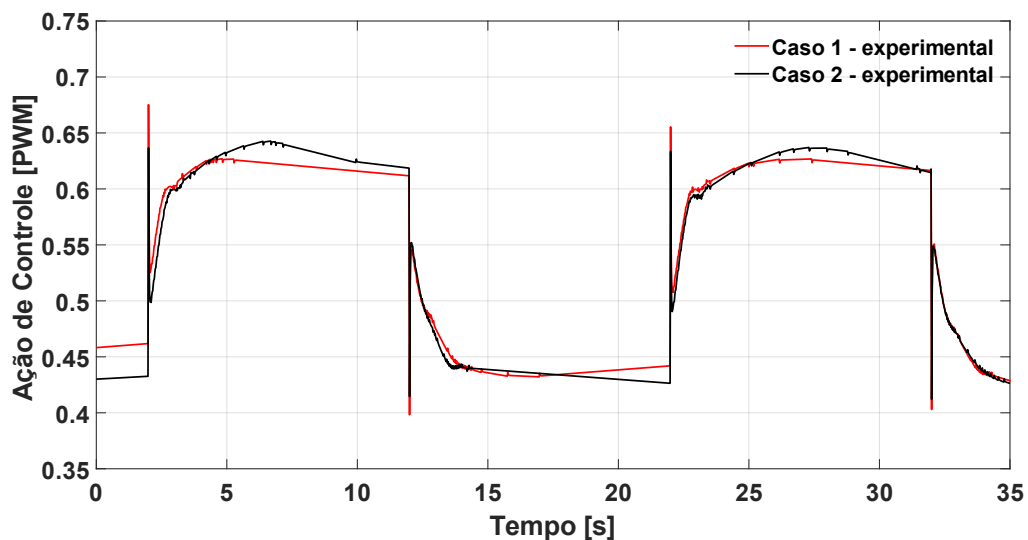


Fonte: elaborado pelos autores.

Observando as repostas experimentais e simuladas dos casos 1 e 2, nota-se coerência entre o resultado simulado e o experimental, pois assim como nos casos simulados, os casos 1 e 2 experimentais seguiram a referência. Porém, nas

simulações obteve-se uma estabilização mais rápida do sistema, devido aos modelos utilizados em simulação serem linearizados em um ponto de operação e a dinâmica do protótipo ser não linear. Outro ponto interessante advém da comparação entre as Figuras 6 e 9, onde é possível perceber a discretização realizada pelo sistema de aquisição de dados utilizado para a realização do controle por computador. Apesar desta discretização, o controle projetado em tempo contínuo apresentou bons resultados no controle do sistema, principalmente pelo período de amostragem utilizado ser pequeno em relação ao tempo de resposta da planta.

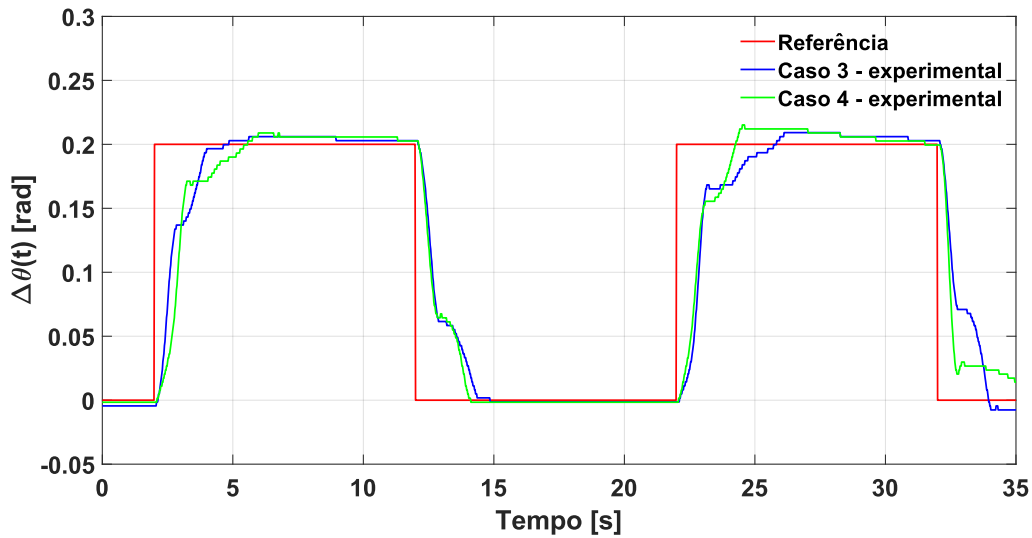
Figura 9 - Sinais de controle dos controladores PID, para os casos 1 e 2 experimentais descritos na Tabela 1.



Fonte: elaborado pelos autores.

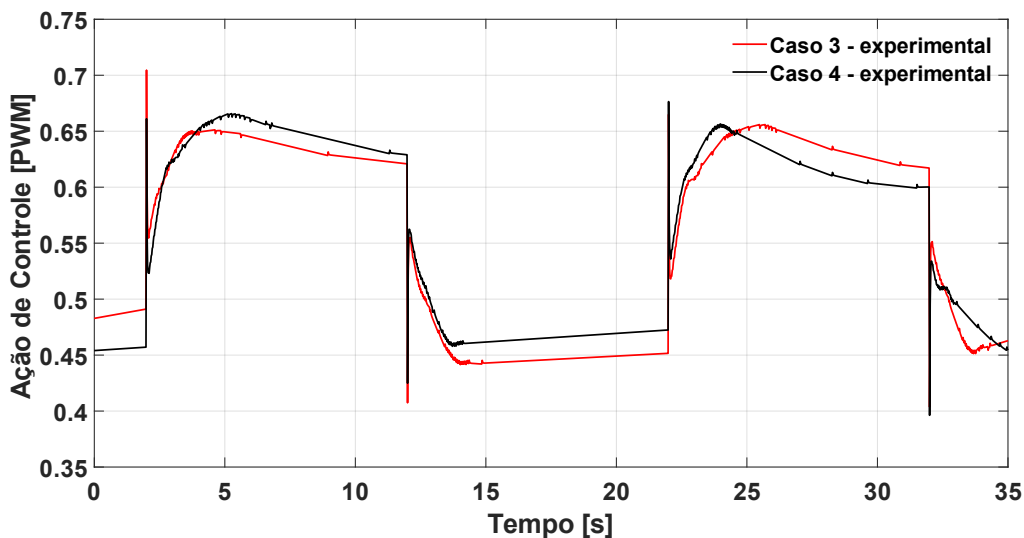
Para analisar a robustez do controlador PID, alterou-se a posição do contrapeso localizado na extremidade da haste do sistema d_c , desta forma novos resultados foram obtidos. Os casos 3 e 4 experimentais descrevem a resposta do protótipo viga-hélice com o contrapeso deslocado na posição $d_c = 126 \text{ mm}$. A resposta destes casos é exibida na Figura 10 (variação do ângulo da viga em torno do ponto de operação, $\Delta\theta(t)$), e os sinais de controle, na Figura 11.

Figura 10 - Resposta do sistema viga-hélice com controlador PID para os casos 3 e 4 experimentais descritos na Tabela 1.



Fonte: elaborado pelos autores.

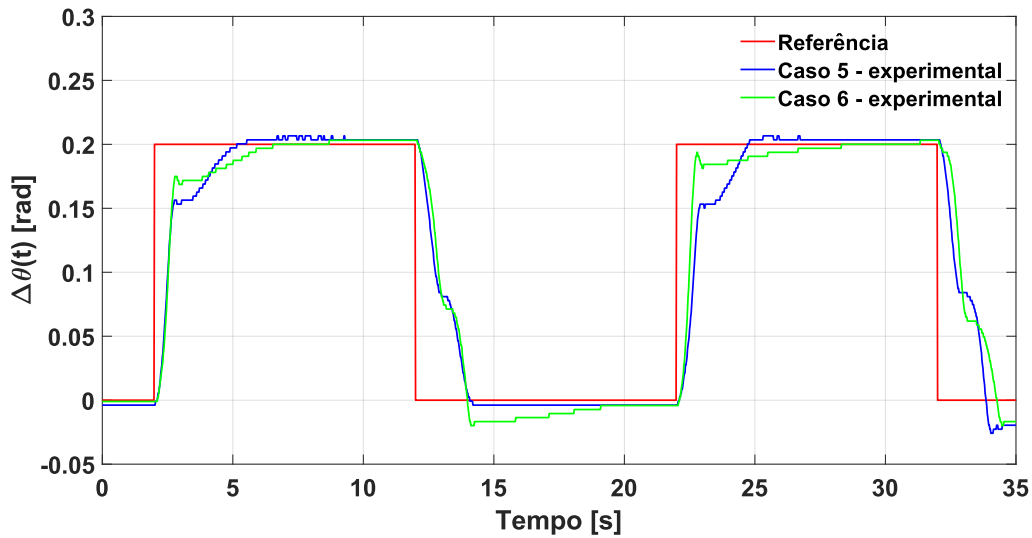
Figura 11 - Sinais de controle dos controladores PID, para os casos 3 e 4 experimentais descritos na Tabela 1.



Fonte: elaborado pelos autores.

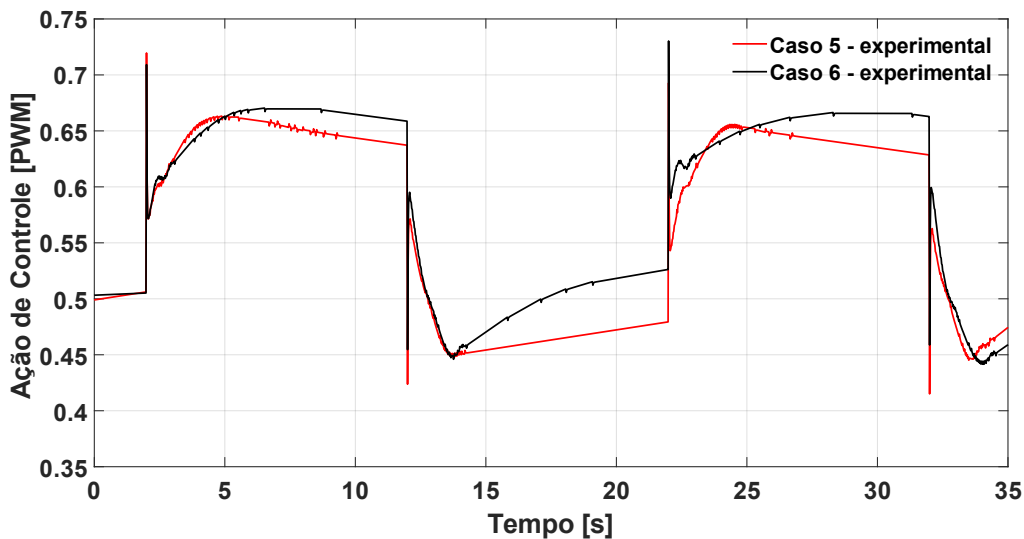
Seguindo os testes no protótipo, alterou-se novamente a posição do contrapeso para $d_c = 106 \text{ mm}$, casos 5 e 6 experimentais descritos na Tabela 1. Com a nova posição do contrapeso do protótipo, foram realizados novos testes. É possível observar na Figura 12 as respostas do protótipo, variação do ângulo da viga, $\Delta\theta(t)$, para os casos 5 e 6 experimentais. Os sinais de controle para os casos 5 e 6 experimentais são exibidos na Figura 13.

Figura 12 - Resposta do sistema viga-hélice com controlador PID para os casos 5 e 6 experimentais descritos na Tabela 1.



Fonte: elaborado pelos autores.

Figura 13 - Sinais de controle dos controladores PID, para os casos 5 e 6 experimentais descritos na Tabela 1.



Fonte: elaborado pelos autores.

As respostas do sistema em malha fechada, obtidas através dos modelos de 2ª e 3ª ordem, (1) e (2) respectivamente, com os controladores (3) e (5), e (3) e (6), demonstram a eficiência da metodologia escolhida. Os modelos lineares obtidos são válidos para a dinâmica do sistema e possibilitaram o projeto, simulação e implementação de controladores baseados nestes modelos. Também foi possível comparar o comportamento e desempenho do sistema em malha fechada com a

mudança do contrapeso no protótipo viga-hélice.

Para a verificação numérica do desempenho dos controladores descritos nos seis casos, o critério (7) foi aplicado no erro entre entrada do sistema (8) e sua resposta, sendo o tempo inicial o tempo 0 s e o tempo final 35 s, obtendo os resultados apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Valores dos índices ITAE.

Teste	ITAE
Caso 1 - simulado	7,1413
Caso 2 - simulado	7,0383
Caso 1 - experimental	45,1946
Caso 2 - experimental	48,5336
Caso 3 - experimental	47,8353
Caso 4 - experimental	45,7037
Caso 5 - experimental	48,8425
Caso 6 - experimental	48,6596

Fonte: elaborado pelos autores.

No geral ambos os modelos obtiveram boa correspondência com o sistema real. O modelo (1) obteve 93,48% de aproximação da resposta experimental do protótipo, no ensaio em malha aberta durante a identificação do sistema; o modelo (2) obteve 97,66% de aproximação da resposta experimental.

Analisando os resultados da Tabela 2, é possível observar que ambos os controladores obtiveram desempenhos semelhantes, para os casos simulados e para os casos experimentais. Nos casos 1 e 2, os controladores foram implementados no protótipo viga-hélice sem alterações na posição do contrapeso do sistema. Obteve-se um menor ITAE (7) para o sistema com o controlador descrito no caso 1 experimental; nos casos simulados, o caso 2 obteve um menor índice de erro.

Já nos casos 3 e 4 experimentais, em que a posição do contrapeso estava deslocada para $d_c = 126 \text{ mm}$, o controlador do caso 4 obteve um menor índice de erro comparado ao caso 3. Para os casos 5 e 6 experimentais, onde a posição do contrapeso estava deslocada em $d_c = 106 \text{ mm}$, os índices de erro calculados resultaram em valores próximos de desempenho, porém o controlador do caso 6 obteve um melhor resultado.

Os valores do índice ITAE indicaram que o controlador projetado através do modelo 2ª ordem, controlador (3) e (5), obteve um desempenho melhor no protótipo

com o contrapeso na posição $d_c = 146 \text{ mm}$. O controlador PID projetado através do modelo 3ª ordem, controlador (3) e (6), resultou em menores valores para o índice de erro, e os melhores resultados para os casos em que tiveram alterações nas posições do contrapeso do protótipo viga-hélice.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho apresentou-se uma proposta de identificação, projeto e implementação de controladores PID no protótipo didático de um sistema viga-hélice. Os procedimentos descritos neste trabalho podem ser referência no ensino de sistemas de controle, especialmente em cursos de engenharia. Através da realização de ensaios em malha aberta em torno de um ponto de operação (θ_0, u_0) , foi possível estabelecer uma identificação aproximada do modelo matemático referente ao protótipo, sendo considerados um modelo de 2ª ordem e outro de 3ª ordem. Os controladores PID foram desenvolvidos através dos modelos obtidos utilizando o *software Matlab*®.

Alterando-se a posição do centro do contrapeso em direção ao centro do eixo de rotação, foi possível o estudo de 6 casos. Inicialmente foi obtida a resposta do sistema com seu contrapeso na posição original $d_c = 146 \text{ mm}$, posteriormente mudando a posição para $d_c = 126 \text{ mm}$, e novamente alterando sua posição para $d_c = 106 \text{ mm}$, para ambos os casos com controladores PID.

Os resultados obtidos da implementação dos dois controladores PID, nas simulações e nos resultados obtidos experimentalmente, demonstraram a efetividade do método de identificação, e do projeto adotado no controle. O viga-hélice, por se tratar de um sistema que possui uma dinâmica não linear, foi controlado próximo a um ponto de operação. Mesmo com alterações paramétricas na posição do contrapeso do protótipo, os controladores demonstram satisfatório desempenho e estabilização do sistema viga-hélice.

Desta forma o protótipo viga-hélice apresentou-se como uma potencial ferramenta didática no ensino de engenharia. Sua dinâmica não linear e a possibilidade de alterações dos parâmetros do sistema permitem a utilização do protótipo em diversas práticas educacionais, como obtenção de modelos matemáticos para sua dinâmica, ensaios para identificação do sistema, o estudo de

técnicas de linearização, a implementação de técnicas de controle lineares, não lineares e digitais, e a avaliação do desempenho das técnicas de controle.

Como sugestão de trabalhos futuros, tem-se o projeto e implementação de técnicas de controle que consideram incertezas paramétricas no protótipo, e a implementação de controladores que consideram as não linearidades presentes na dinâmica do protótipo viga-hélice.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e ao Instituto Federal do Paraná, pelo apoio financeiro e pelo suporte no desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

ALVES, R. M. R.; NEVES, G. P.; ANGÉLICO, B. A. Modelagem Construção e Controle de um Pêndulo Invertido com Roda de Reação. **Anais do Congresso Brasileiro de Automática-CBA**, 2019.

ALVES, U. N. L. T.; BREGANON, R.; PIVOVAR, L. E.; ALMEIDA, J. P. L. S.; BARBARA, G. V.; MENDONÇA, M.; PALÁCIOS R. H. C. Discrete-time \mathcal{H}_∞ integral control via LMIs applied to a Furuta pendulum. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, p. 01-12, 2022.

BARROS, A. F. J.; LIMA, R. B. C.; GALDINO, R. S.; MACIEL, V. R. B.; DIAS, C. C. Construção e controle de um Aeropêndulo, uma abordagem baseada em modelo. **Anais do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia**, p. 1-10, 2019.

BARROS, S. N.; LIMA, R. B. C. Controlador PID ótimo baseado em PSO aplicado a um Aeropêndulo. **Anais do Congresso Brasileiro de Automática**, 2020.

BREGANON, R.; ALVES, U. N. L. T.; RIBEIRO, F. S. F.; BARBARA, G. V.; ALMEIDA, J. P. L. S.; PIVOVAR, L. E.; MONTEZUMA, M. A. F.; MENDONÇA, M. Desenvolvimento de sistemas de pêndulos invertidos como ferramentas didáticas em cursos de engenharia de controle e automação, **Holos**. 37(5), p. 1-12, 2021.

BROWN, S. C.; PASSINO, K. M. Intelligent control for an acrobot. **Journal of Intelligent and Robotic Systems**, v. 18, n. 3, p. 209-248, 1997.

CHAVES, W. S. **Modelagem, identificação e controle de um pêndulo invertido de duas rodas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2020.

COELHO, A. A. R.; COELHO, L. S. **Identificação sistemas dinâmicos lineares**. 2 ed. Florianópolis: Editora UFSC, 2016.

ENIKOV, E. T.; CAMPA, G. Mechatronic aeropendulum: Demonstration of linear and nonlinear feedback control principles with MatLab/Simulink real-time windows target, **IEEE Transactions on Education**, 55(4), p. 538-545, 2012.

FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. **Sistemas de controle para engenharia**. Bookman Editora, 2013.

FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; WORKMAN, M. L. **Digital control of dynamic systems**. 3. ed. Menlo Parkin: Menlo Park: Addison-Wesley Longman, 1998.

GONÇALVES, C. H. B. **Sintonia ótima de controladores PID utilizando técnicas de modelagem caixa- cinza: aplicação em um sistema viga-hélice**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2019.

GONÇALVES, C. H. B.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; RIBEIRO, J. M. S. Sintonia Ótima de Controladores PID Utilizando Técnicas de Modelagem Caixa-Cinza: Aplicação em um Sistema Viga-hélice, **Anais do 14º Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)**. Ouro Preto, Minas Gerais, 2019.

JOB, M. M.; JOSE, P. S. H. Modeling and control of mechatronic aeropendulum, **International Conference on Innovations in Information, Embedded and Communication Systems (ICIIECS)**, p. 1-5, 2015.

KLASSNER, Frank; ANDERSON, Scott D. Lego MindStorms: Not just for K-12 anymore. **IEEE robotics & automation magazine**, v. 10, n. 2, p. 12-18, 2003.

MATHWORKS. **Design Compensator Using Automated Tuning Methods**. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/control/ug/design-compensator-using-automated-tuning-methods.html>. Acesso em: 04 maio 2022a.

MATHWORKS. **Fixed Step Solvers in Simulink**. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/simulink/ug/fixed-step-solvers-in-simulink.html>. Acesso em: 16 nov. 2022b.

MATHWORKS. **Tune PID Controller to Favor Reference Tracking or Disturbance Rejection (PID Tuner)**. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/control/getstart/tune-pid-controller-to-balance-tracking-and-disturbance-rejection.html>. Acesso em 17 nov. 2022c.

NISE, N. S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. Rio de Janeiro. 7.ed. LTC, 2018.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. São Paulo. 5.ed. Pearson Prentice Hall do Brasil, 2010.

Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão. Paranaguá, PR, v.7, n.5, p. 446-1, 446-22, 2022.
DOI: 10.21575/25254782rmetg2022vol7n52086

SPONG, M. W.; BLOCK, D.J. The pendubot: A mechatronic system for control research and education. **Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control**. IEEE, p. 555-556, 1995.

Enviado em: 07 jun. 2020.

Aceito em: 28 nov. 2022.

Editora responsável: Bianca Neves Machado