

DESIGN CONSTRUTAL DE BIFURCAÇÕES EM FORMA DE Y PARA ESCOAMENTOS DE FLUIDOS DE CARREAU

CONSTRUCTAL DESIGN OF Y-SHAPED BIFURCATIONS FOR CARREAU FLUID FLOWS

David Christopher Pellejero¹ 

Rafael Vinícius Mayer² 

Marcelo Gotardo³ 

Flávia Schwarz Franceschini Zinani⁴ 

Luiz Alberto Oliveira Rocha⁵ 

Resumo: O presente trabalho utiliza o método Design Construtal para investigar as geometrias ótimas para bifurcações sujeitas a escoamentos de fluidos não newtonianos pseudoplásticos, e analisar como a reologia do fluido tem efeitos sobre as configurações e o desempenho de bifurcações em forma de Y. A análise se baseia na minimização da resistência ao escoamento, com a definição da razão de diâmetros, razão de comprimentos e ângulo da bifurcação como graus de liberdade e parâmetros de projeto, e imposição de restrições segundo o método *Design Construtal*. O fluido foi modelado utilizando a equação de Carreau, e foram analisados os efeitos do número de Carreau, razão de viscosidades e índice de escoamento. Os escoamentos foram resolvidos numericamente utilizando o Método dos Volumes Finitos e o aplicativo computacional Fluent (Ansys Inc.). O modelo matemático foi verificado com resultados publicados na literatura, e a malha computacional foi analisada pelo método GCI. Dos resultados obtidos, verificou-se que o índice de escoamento é o parâmetro reológico que possui maior efeito sobre a configuração da geometria ótima, influenciando tanto a razão de comprimentos quanto a razão de diâmetros para a resistência ao escoamento mínima, sendo que o efeito estatisticamente significativo foi somente sobre a razão de diâmetros. Esta por sua vez, demonstrou ser o parâmetro geométrico que teve uma maior influência no comportamento da resistência ao escoamento. Estes resultados corroboram a tese de que a análise para sistemas com fluidos não newtonianos devem considerar a reologia dos fluidos para a obtenção de seu melhor desempenho. Este é o primeiro trabalho que associou um método de fluidodinâmica computacional e um método de otimização para determinar configurações otimizadas para bifurcações para escoamentos de fluidos de Carreau, que são utilizados para modelar fluidos como sangue, produtos alimentícios, entre outros.

¹ Mestre em Engenharia Mecânica, UNISINOS, david.c.pellejero@gmail.com.

² Graduando em Engenharia Mecânica, UNISINOS, rafa.vinimayer@hotmail.com.

³ Graduando em Engenharia Mecânica, UNISINOS, gotardo.marcelo@gmail.com.

⁴ Doutora em Engenharia Mecânica, UNISINOS, fzinani@unisinós.br.

⁵ PhD. em Engenharia Mecânica, UNISINOS, luizor@unisinós.br.

Palavras-chave: escoamentos em ramificações. fluidos não newtonianos. fluido de Carreau. fluidodinâmica computacional. Design Construtal.

Abstract: The present work uses the Design Constructal method to investigate the optimal geometries for bifurcations in flows of pseudoplastic non-Newtonian fluid flows, and to analyze how the fluid rheology affects the performance of Y-shaped bifurcations. The analysis is based in minimizing the flow resistance, with the definition of the diameter ratio, length ratio and bifurcation angle as degrees of freedom and design parameters, and imposition of restrictions according to the Constructal Design method. The fluid was modeled using the Carreau equation, and the effects of Carreau number, viscosity ratio and flow index were analyzed. The flows were solved numerically using the Finite Volume Method and the software Fluent (Ansys Inc.). The mathematical model was verified with results published in the literature, and the computational mesh was analyzed by the GCI method. The Response Surface optimization algorithm was used to search for minimum flow resistance and the optimal values for the design variables and a three-level factorial design to verify the effect of the rheological parameters. From the obtained results, it was found that the flow index is the rheological parameter that has the greatest effect on the configuration of the optimal geometry, affecting both the length ratio and the diameter ratio for the minimum flow resistance, with the effect being statistically significant. only about the diameter ratio. This, in turn, proved to be the geometric parameter that had the greatest influence on the flow resistance behavior. These results corroborate the thesis that the analysis for systems with non-Newtonian fluids must consider the rheology of fluids to obtain their best performance.

Keywords: flow in branches. non-newtonian fluids. Carreau fluid. computational fluid dynamics. Constructal Design.

1. INTRODUÇÃO

Na natureza e na engenharia são encontrados fluidos com os mais diversos comportamentos de escoamento. O estudo do comportamento dos fluidos é o ramo da ciência denominado Reologia. Uma primeira classificação reológica dos fluidos os divide entre fluidos newtonianos e não newtonianos. Segundo Barnes (2000), um fluido não newtoniano é aquele cujo comportamento difere de um fluido newtoniano, definido como o fluido para o qual a taxa de deformação é proporcional à tensão de cisalhamento sobre ele aplicada. Todos os gases, a água e outros líquidos pouco viscosos possuem comportamento newtoniano. No entanto, muitos líquidos de interesse para a engenharia e para a sociedade possuem comportamento não newtoniano, caracterizado pela variação de viscosidade dependendo da tensão de cisalhamento aplicada, tensão inicial de escoamento, viscoelasticidade, entre outros. A literatura reporta diversos exemplos de fluidos não newtonianos. Por exemplo, vários trabalhos como Revellin et al. (2009) demonstraram o comportamento não newtoniano do sangue para dimensões capilares. Um tipo de comportamento não newtoniano recorrente é a pseudoplasticidade, ou *shear-thinning*. Consiste no afinamento do fluido conforme aumenta a tensão de cisalhamento sobre ele aplicada. Este comportamento pode ser encontrado em fluidos como o sangue, tintas, shampoos, pasta e tinta de impressoras (BARNES 2000; CHHABRA;RICHARDSON, 2008). O comportamento pseudoplástico costuma ser modelado por equações de potência, como as equações de Ostwald-de-Waele, Carreau e Cross (CHHABRA;RICHARDSON, 2008).

Embora os trabalhos realizados por Hess (1917) e Murray (1926a) para sistemas vasculares afirmassem que a vazão volumétrica deveria ser proporcional ao cubo do diâmetro em um duto otimizado para exigir o trabalho mínimo para conduzir e manter o escoamento de um fluido (lei de Hess-Murray), ela demonstrou-se válida somente para os casos onde o escoamento fosse laminar, newtoniano, estável, incompressível e totalmente desenvolvido (MIGUEL, 2015; MIGUEL ,2016b). Esta lei pôde descrever de forma bastante satisfatória diversas redes biológicas, tais como capilares, pequenas artérias e

veias, vias aéreas da zona condutora do trato respiratório e veias foliares de plantas (PEPE, 2018). Para grandes artérias, veias e vias áreas do trato respiratório, esta regra não poderia ser aplicada, como demonstraram os trabalhos de Uylings (1977) e Bejan et. al. (2000). Eles demonstraram que para escoamentos turbulentos, a razão ótima entre os diâmetros seria de $2^{-3/7}$. Para grandes vasos, experimentos sugeriram que se os vasos estão expostos a altas taxas de cisalhamento, que seriam valores superiores a 100 s^{-1} , se deveria considerar o escoamento do sangue como um fluido newtoniano (MIGUEL, 2016a; MIGUEL, 2016b). Porém, os trabalhos realizados por Revellin et al. (2009) e Miguel (2016a), demonstraram que efeitos newtonianos apareciam com taxas de cisalhamento menores no caso de pequenos vasos, como por exemplo, capilares e pequenas artérias. A uma taxa de cisalhamento menor do que 100 s^{-1} , verificou-se que o sangue demonstra comportamento pseudoplástico, pois a sua viscosidade diminui em função do aumento da taxa de cisalhamento. Os autores incorporaram nos seus trabalhos a reologia de fluidos não newtonianos de forma a obter o melhor percurso para a conexão de vasos grande e pequenos (PEPE, 2017).

Neste contexto, este trabalho teve por objetivo investigar as geometrias ótimas para bifurcações sujeitas a escoamentos de fluidos não newtonianos pseudoplásticos, utilizando o método Design Construtal, e analisar como a reologia do fluido tem efeitos sobre as configurações e o desempenho de bifurcações em forma de Y. Como foi observado neste item, houveram vários trabalhos para analisar o comportamento de fluidos não newtonianos em escoamentos bifurcados, mas este é o primeiro que utilizou um método de fluidodinâmica computacional e um método de otimização de forma a determinar as configurações ótimas para escoamentos de fluidos de Carreau.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E METODOLOGIA

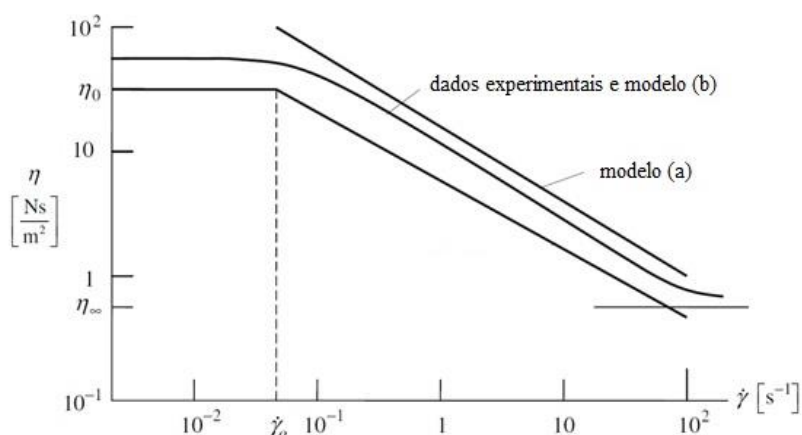
Nesta seção será apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre o modelo do fluido não-newtoniano utilizado, o método Design Construtal, a

descrição física e geométrica do problema em análise, a modelagem matemática e a modelagem numérica utilizada.

2.1 Modelo de Fluido

O presente trabalho trata do escoamento de fluidos pseudoplásticos. Para a modelagem deste tipo de comportamento, utilizou-se o Modelo de Carreau. Este modelo (CHHABRA; RICHARDSON, 2008) é utilizado para modelar a viscosidade de fluidos pseudoplásticos (i.e., fluido que é caracterizado por uma viscosidade aparente que diminui com o aumento da taxa de cisalhamento) quando ocorrem desvios significativos no modelo *Power Law* (modelo usualmente utilizado para simular o comportamento de fluidos não newtonianos, que considera uma aproximação utilizando uma lei de potência limitada por uma faixa de taxas de cisalhamento) para valores muito altos e muito baixos de taxas de cisalhamento, como pode ser demonstrado na Figura 1, onde Irgens (2014), demonstra, com base em dados experimentais, que o comportamento de um fluido pseudoplástico é melhor representado pelo modelo de Carreau do que pelo modelo *Power Law*.

Figura 1 - Gráfico log-log da função de viscosidade experimental em comparação com as funções de viscosidade propostas: (a) o fluido *Power Law*, (b) o fluido de Carreau e um gráfico experimental.



Fonte: Irgens (2014)

Assim, o modelo de Carreau é dado pela seguinte equação:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) \left(1 + (\lambda \dot{\gamma})^2\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (1)$$

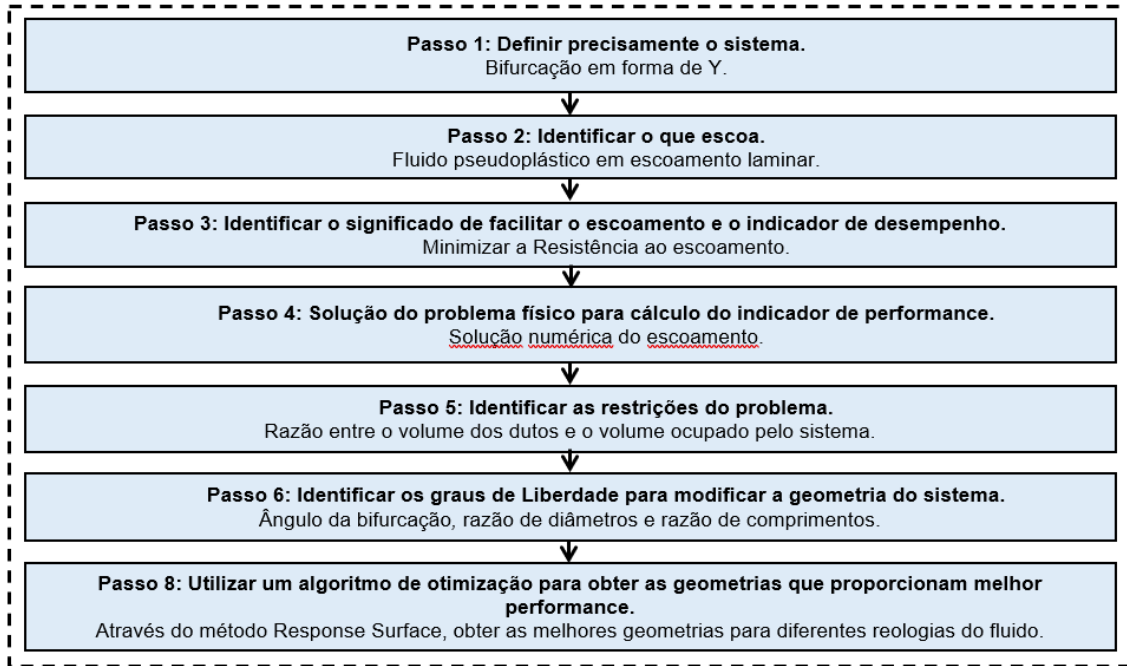
onde η_0 é a viscosidade a taxa de cisalhamento zero, η_{∞} é a viscosidade a taxa de cisalhamento infinito, λ é o tempo característico, n é o índice de escoamento e $\dot{\gamma}$ é a taxa de cisalhamento.

2.2 Método Design Construtal

A lei Construtal tem como base a ideia de que os sistemas que possuem escoamento têm um propósito (o objetivo final é manter-se vivo) e que são livres para transformar-se ao longo do tempo (evoluir) sob restrições globais. A forma (estrutura) é o caminho construtivo para transportar fluido, calor, massa, etc., para atingir os seus fins. A lei Construtal afirma que: “Para um sistema de fluxo de tamanho finito (não infinitesimal, uma partícula ou subpartícula) persistir no tempo (para viver), ele deve evoluir com liberdade de modo que forneça acesso mais fácil e maior ao que flui” (BEJAN, 2020). Pela Lei Construtal, o autor define que o tamanho finito significa não infinitesimal, ou seja, nem uma partícula ou subpartícula, isso significa um todo, a configuração (design, desenho) é macroscópica. Segundo Bejan (2020), evoluir e persistir no tempo como um sistema de fluxo com configuração é a definição física de estar vivo. Por outro lado, se nada se move, transforma ou muda, seria a definição da física conhecida como “estado morto” em termodinâmica.

O método Design Construtal por sua vez, baseia-se na lei Construtal, que é um princípio físico fundamental. O método foi aplicado de acordo com as etapas descritas na Figura 2.

Figura – 2 . Etapas do método Design Construtal

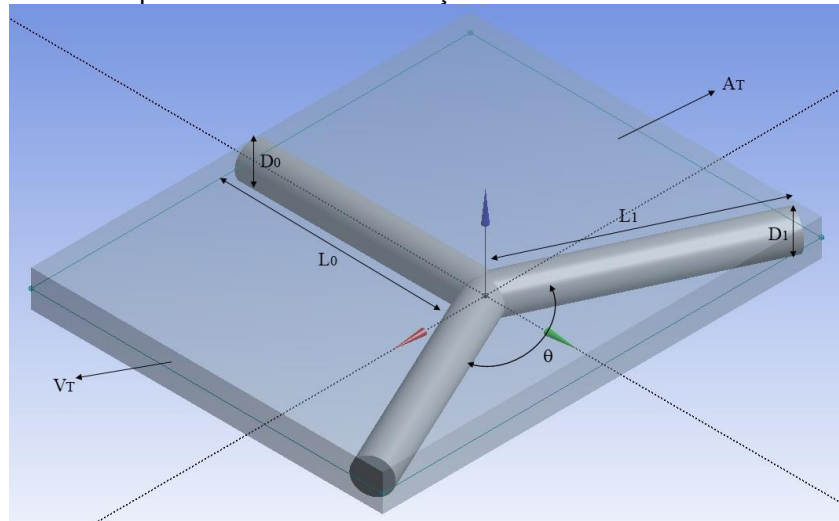


Fonte: Rocha et al. (2017), Dos Santos et al. (2017) e Dutra et al. (2020)

2.3 Descrição física do problema

A Figura 3 ilustra o problema do escoamento de um fluido através de uma bifurcação. Considera-se o fluido entrando no domínio do problema através de um duto pai, de diâmetro D_0 , ramificado em dois dutos filhos de diâmetros D_1 . O problema está relacionado à vazão que escoar desde a entrada no duto pai até o final dos dutos filhos, com relação à perda de carga medida entre um comprimento L_0 do duto pai e o comprimento L_1 dos dutos filhos. O ângulo de ramificação é denotado por θ .

Figura 3 - Desenho esquemático de uma bifurcação em formato de Y.



Fonte: Presente autor.

O volume total da geometria é dado por V_T :

$$V_T = D_0 \left(L_0 + L_1 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \left(2L_1 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad (2)$$

sendo que o termo

$$\left(L_0 + L_1 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \left(2L_1 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad (3)$$

representa a área total (A_T) da geometria, enquanto que V_D é o volume aproximado dos dutos, ou seja,

$$V_D = \frac{\pi}{4} (D_0^2 L_0 + 2D_1^2 L_1) \quad (4)$$

A razão entre o volume dos dutos e o volume total é denotado por ϕ :

$$\phi = \frac{V_D}{V_T} \quad (5)$$

2.4 Modelagem matemática do problema de escoamento

O problema de escoamento consiste em um fluido que entra no domínio pela entrada do tubo pai com velocidade média U_m . O fluido escoar em regime laminar e permanente através da bifurcação até o final dos tubos filhos. Assume-se que as paredes do tubo são rígidas, impermeáveis e não deslizantes. Assim, os campos de velocidade e pressão no domínio do problema de escoamento na geometria em forma de Y podem ser

determinados pela solução das equações de balanço de massa e quantidade de movimento para um líquido newtoniano generalizado. Para escoamento incompressíveis, a equação da conservação da massa é definida como

$$\text{div } \mathbf{u} = 0 \quad (6)$$

e a equação da quantidade de movimento como

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\text{grad } p + \text{div } \boldsymbol{\tau} \quad (7)$$

Fazendo a adimensionalização das equações, obtemos:

$$\text{div } \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (8)$$

e

$$[\text{grad } \tilde{\mathbf{u}}]\tilde{\mathbf{u}} = -\text{grad } \tilde{p} - \frac{1}{\text{Re}} \text{div } \tilde{\boldsymbol{\tau}} \quad (9)$$

onde $\tilde{\mathbf{u}}$ denota o campo de velocidades adimensional, $\tilde{\mathbf{x}}$ o vetor posição adimensional, \tilde{p} a perda de pressão adimensional, $\tilde{\boldsymbol{\tau}}$ o campo de tensores extra vetorial adimensional e Re é o número de Reynolds, tal que:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}}{U_m}; \quad \tilde{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}}{D}; \quad \tilde{p} = \frac{p}{\rho U_m^2}, \quad (10)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\tau}} = \frac{\boldsymbol{\tau}}{U_m \frac{\eta_c}{D}} \quad (11)$$

e

$$\text{Re} = \frac{\rho U_m V_T^{\frac{1}{3}}}{\eta_c} \quad (12)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, U_m é a velocidade média na entrada, V_T é o volume total da geometria e η_c é a viscosidade característica. A equação constitutiva para o tensor extra é a do líquido newtoniano generalizado, ou seja,

$$\boldsymbol{\tau} = 2\eta(\dot{\gamma})\mathbf{D} \quad (13)$$

onde $\eta(\dot{\gamma})$ é a função viscosidade.

Para um fluido newtoniano, $\eta(\dot{\gamma})$ é constante e igual a μ . Para escoamentos de fluidos pseudoplásticos, empregou-se a equação de Carreau (CHHABRA; RICHARDSON, 2008)

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) \left(1 + (\lambda \dot{\gamma})^2\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (14)$$

onde η_0 é a viscosidade à taxa de cisalhamento nula, η_{∞} é a viscosidade à taxa de cisalhamento infinito, λ , é constante do tempo, e n é o índice de escoamento. A forma adimensional deste modelo é:

$$\tilde{\eta} = \eta^* + (1 - \eta^*) \left(1 + (\dot{\gamma}^*)^2\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (15)$$

onde

$$\tilde{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}; \quad \eta^* = \frac{\eta_{\infty}}{\eta_0}; \quad \dot{\gamma}^* = \frac{\dot{\gamma}}{\lambda} \quad (16)$$

Para fluidos newtonianos, o número de Reynolds (equação 12) é o grupo adimensional para a similaridade dinâmica, com $\eta_c = \eta_0$. Para escoamentos de fluidos pseudoplástico, os grupos adimensionais para a similaridade dinâmica são o número de Reynolds (equação 12) com $\eta_c = 0$ e o número de Carreau ($\tilde{\lambda}$) igual a:

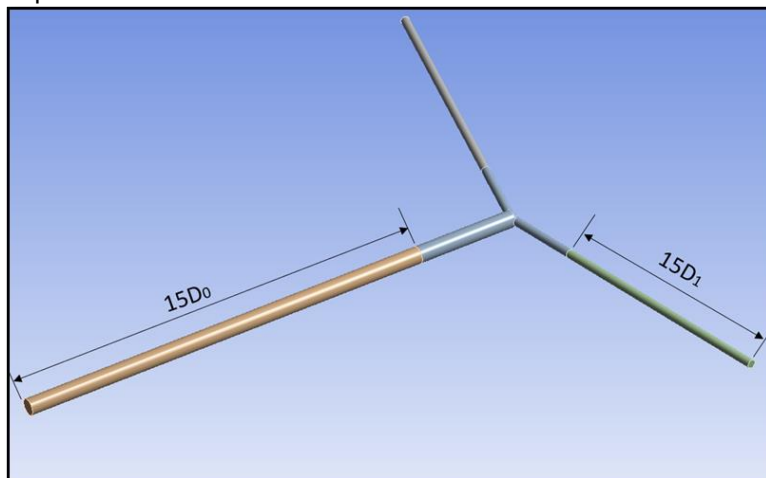
$$\tilde{\lambda} = \frac{\lambda U_m}{V_T^{\frac{1}{3}}} \quad (17)$$

onde $\tilde{\lambda}$ é o número de Carreau, λ é a constante do tempo, U_m é a velocidade média na entrada do sistema e V_T é volume total da geometria em estudo.

2.5 Modelagem numérica

Foi construído um modelo computacional para o sistema em estudo. Para garantir o escoamento plenamente desenvolvido na entrada do sistema, bem como garantir que a condição de contorno de saída não interfira no escoamento a montante, o modelo foi construído com extensões iguais a 15 diâmetros à montante e à jusante, conforme mostra a Figura 4.

Figura 4 - Desenho esquemático da bifurcação em formato de Y com 15 vezes o diâmetro dos dutos pai e filho.



Fonte: Presente autor.

Considerou-se o escoamento em regime permanente e laminar, segundo as equações de balanço de massa e quantidade de movimento (Eqs. 6 e 7). As condições de contorno para o modelo foram a velocidade prescrita igual a um na entrada do domínio e pressão manométrica constante e igual a zero na sua saída, mimetizando uma saída de escoamento plenamente desenvolvido. Nas paredes dos tubos são impostas condições de impermeabilidade e não deslizamento.

Para a resolução do sistema de equações diferenciais parciais, empregou-se o método dos volumes finitos (PATANKAR, 1980), utilizando o código ANSYS FLUENT v. R2 (ANSYS,2019). Utilizou-se o *pressure-based solver* baseado no método do acoplamento pressão-velocidade e funções de interpolação de segunda ordem para os campos de pressão e velocidade. Todos os cálculos foram representados com dupla precisão para os números reais. O algoritmo iterativo era um falso transiente, ou seja, ainda que se esteja buscando uma solução permanente, pode-se obtê-la através da convergência do estado permanente através de uma solução transiente, de forma a possibilitar a resolução do problema para cada passo de tempo, utilizando os valores do passo de tempo anterior, e quando o escoamento ao longo do tempo não sofrer mais alterações significativas, diz-se que o estado estacionário foi alcançado e as iterações são finalizadas (MOREIRA, 2020).

Como critério de convergência, foram utilizados os resíduos escalonados de cada equação em uma iteração, comparando-os com critérios de convergência definidos pelo usuário iguais a 10^{-5} .

Para alguns casos de fluidos não newtonianos, foi efetuado uma análise da incerteza da malha, utilizando o método GCI (*Grid Convergence Index*). Este método tem como objetivo principal relacionar o valor do erro numérico entre duas malhas ($\phi_1 - \phi_2$) obtido com um estudo de refinamento qualquer usadas com o valor do erro numérico para o mesmo problema com a mesma malha fina usando os valores de ordem aparente (ou assintótica) e de razão de refino iguais a dois (Roache, 1994). Assim, esta relação é baseada na igualdade das estimativas de erros. Logo, o GCI pode ser demonstrado (Celik et al., 2008) a partir do cálculo da estimativa de erro h conforme demonstrado na Eq.(18).

$$h = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta V_i) \right]^{\frac{1}{3}} \quad (18)$$

onde ΔV_i é o volume, (mas para variáveis de campo, as dimensões da célula local podem ser utilizadas) e N é o número total de células utilizadas.

$$r = \frac{h_{\text{grosseiro}}}{h_{\text{refinado}}} \quad (19)$$

onde r é o fator de refinamento, sendo que pela literatura (ÇELIK et al., 2008) a recomendação é que seja maior que 1,3. Segundo Celik et al. (2008), este valor é baseado na experiência e não em uma derivação formal. O valor da ordem aparente (p), é calculado da seguinte forma

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} \left| \ln \left| \frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{21}} \right| + q(p) \right| \quad (20)$$

onde p é a ordem aparente, e $q(p)$ é dado por

$$q(p) = \ln \left(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right), \quad (21)$$

$$s = 1 \cdot \text{sgn} \left(\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right), \quad (22)$$

$$\varepsilon_{32} = \phi_3 - \phi_2 \cdot e \quad (23)$$

$$\varepsilon_{21} = \phi_2 - \phi_1 \quad (24)$$

onde ε_{32} e ε_{21} denotam a solução para a grade k-ésima.

$$\phi_{\text{ext}}^{21} = \left(\frac{r_{21}^p \phi_1 - \phi_2}{r_{21}^p - 1} \right) \quad (25)$$

onde ϕ_{ext}^{21} denota o cálculo da extrapolação. Para o cálculo do erro relativo aproximado (e_a^{21}) e para o erro relativo extrapolado (e_{ext}^{21}), utilizam-se as Eqs. 26 e 27 respectivamente.

$$e_a^{21} = \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1} \right| e \quad (26)$$

$$e_{\text{ext}}^{21} = \left(\frac{\phi_{\text{ext}}^{12} - \phi_1}{\phi_{\text{ext}}^{12}} \right) \quad (27)$$

Com os valores calculados, pode-se enfim calcular o valor do índice de convergência de grade fina ($GCI_{\text{refinado}}^{21}$), dado pela Eq. 28.

$$GCI_{\text{refinado}}^{21} = \frac{1.25e_a^{21}}{r_{21}^p - 1} \quad (28)$$

Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 1

Tabela 1 - Dados para cálculo do GCI.

ITEM	h1<h2<h3	Número de elementos	Fi (DeltaP)
	h (Mesh Element Size)		
1	0,008162576	4588271	0,001130846
2	0,011660823	1611372	0,001124191
3	0,016658318	583935	0,001142242

Fonte: Presente autor.

E na Tabela 2, são demonstrados os resultados obtidos do GCI, de forma a determinar a malha da simulação.

Tabela - 2. Resultados obtidos do GCI para determinar malha da simulação.

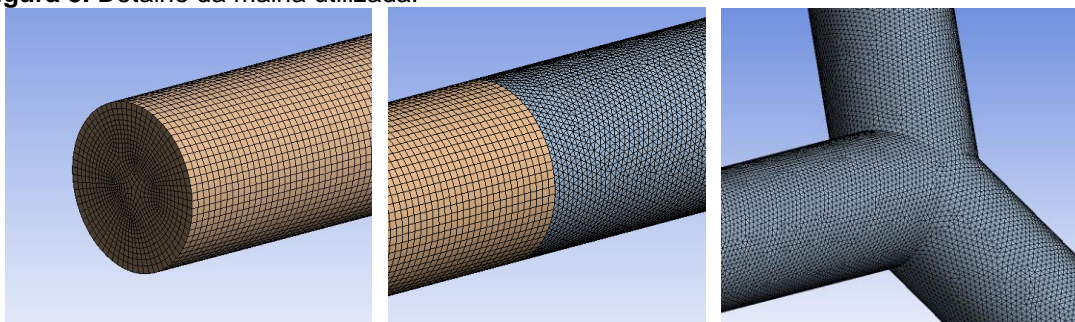
r21	1,428571429
r32	1,428571429
ϵ_{32}	1,80505E-05
ϵ_{21}	-6,655E-06
p	2,797519002
q(p)	-2,53131E-14
s	-1
ϕ_{ext}^{21}	0,001134733
ϕ_{ext}^{32}	0,00111365
e_a^{21}	0,59%
e_{ext}^{21}	0,34%
e_a^{32}	1,61%
e_{ext}^{32}	0,95%
GCI^{21}	0,43%
GCI^{32}	1,17%

Fonte: Presente autor.

Com base nos resultados apurados nas Tabelas 1 e 2 procedeu-se com a escolha da malha para a realização das simulações. Assim, analisando os

resultados apontados, escolheu-se o item 1 da Tabela 1, com 4.588.271 células e 1.055.859 nós, pois esta malha é a que apresentou menor valor para o GCI (0,43%). Logo, com os resultados obtidos na Tabela 1 e 2, pode-se estimar que a incerteza do resultado numérico devido à discretização, quando utilizada a malha 1, é da ordem de 0,43%. A mesma foi utilizada como malha base para as simulações no presente trabalho. A Figura 5 ilustra detalhes da malha utilizada, para uma geometria arbitrária ($DR=1$, $LR=1$, $\theta=135^\circ$).

Figura 5. Detalhe da malha utilizada.



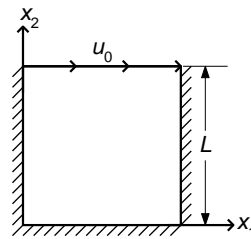
Fonte: Presente autor.

2.6 Resultados e Discussão

2.6.1 Verificação do modelo

A verificação da implementação do modelo numérico foi efetuada pela comparação com os resultados de Kim et al. (2016) para o escoamento em uma cavidade quadrada. O problema do escoamento em cavidade foi construído da maneira usual segundo Ghia et al. (1982), conforme demonstrado na figura 6. As condições de contorno impostas são as condições de impermeabilidade e não-deslizamento nas paredes (linhas hachuradas na figura 6) e uma velocidade horizontal conhecida na fronteira superior, u_0 .

Figura 6 - Esquema simplificado do problema de escoamento em cavidade.



Fonte: Ghia et al. (1982)

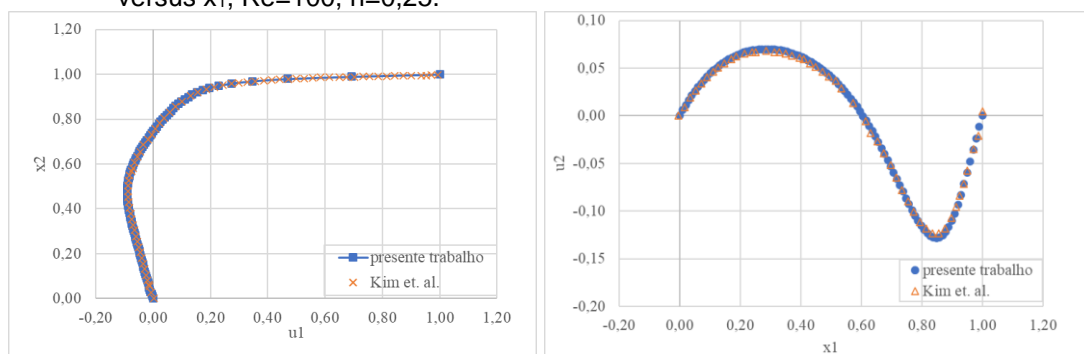
Foram analisados o perfil de velocidade horizontal na linha $x_1=0.5L$, e o perfil de velocidade vertical na linha $x_2=0.5L$. O Número de Reynolds é dado por:

$$Re = \frac{Lu_0\rho}{\eta_0} \quad (20)$$

onde L é a profundidade da cavidade, u_0 é a velocidade horizontal conhecida na fronteira superior e ρ é a densidades.

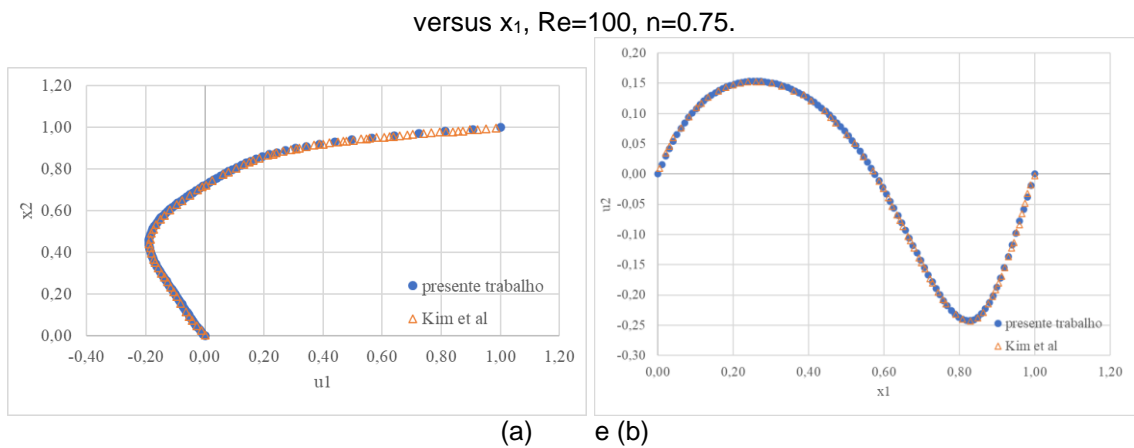
Nas Figs. 7 e 8 são comparados os resultados utilizando a implementação numérica deste trabalho com os resultados publicados por Kim et al. (2016). São avaliados os perfis de velocidade horizontal u_1 versus a posição vertical para x_1 constante, $x_1=0,5L$ e de velocidade vertical u_2 versus a posição vertical para x_2 constante, $x_2=0,5L$, para $n=0,25$ e $n=75$; com $Re=100$, respectivamente. Observa-se uma ótima concordância dos resultados. Assim, considerou-se verificado o modelo utilizado.

Figura 7 - (a) Velocidade horizontal u_1 versus x_2 , $Re=100$, $n=0,25$, (b) velocidade vertical u_2 versus x_1 , $Re=100$, $n=0,25$.



(a) e (b)

Figura 8 - (a) Velocidade horizontal u_1 versus x_2 , $Re=100$, $n=0.75$, (b) velocidade vertical u_2

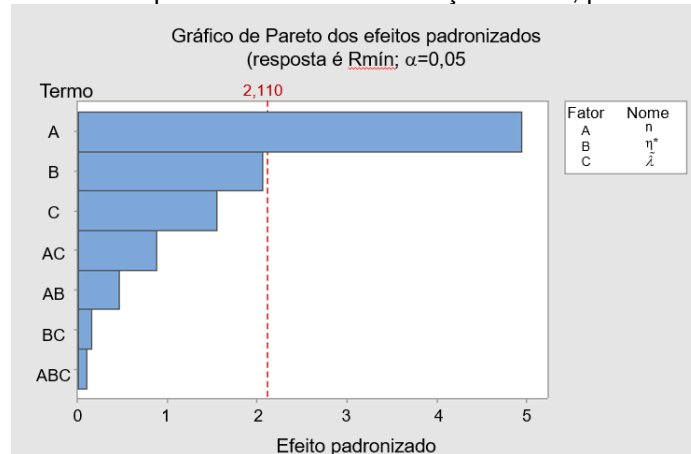


Fonte: Presente autor.

2.6.2 Análise dos resultados

Foi realizado um planejamento fatorial para verificar qual dos parâmetros reológicos teria mais efeito na resistência ao escoamento mínima da configuração ótima. Assim, utilizando 3 níveis para cada parâmetro n , η^* e $\tilde{\lambda}$ (número de Carreau), foram calculados a resistência ao escoamento mínima e verificando o efeito de cada parâmetro e suas combinações no resultado ótimo. O diagrama de Pareto (Minitab, 2017) da Figura 9 mostra que, para um nível de confiança de 95%, o parâmetro A, ou seja, o índice de escoamento, n , é o parâmetro que tem maior efeito sobre o resultado da resistência mínima ao escoamento, seguido pelo parâmetro η^* (codificado como B), que é o segundo em importância do efeito, seguido parâmetro $\tilde{\lambda}$ (codificado como C). No entanto, pelo modelo estatístico, somente o índice n apresenta efeito significativo para o nível de confiança escolhido.

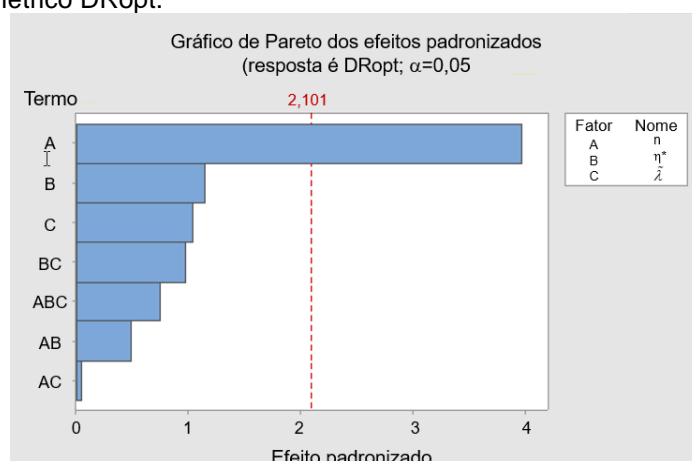
Figura 9. Diagrama de Pareto para um nível de confiança de 95%, para o índice n .



Fonte: Presente autor.

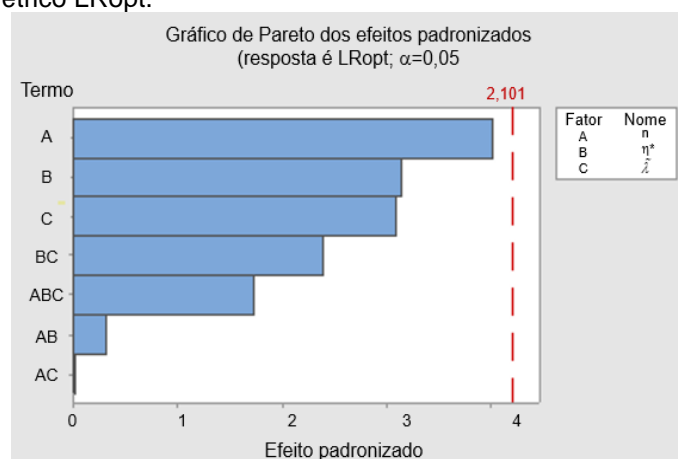
O efeito dos parâmetros n , η^* e $\tilde{\lambda}$ na geometria ótima obtida, ou seja, na razão de diâmetros ótima e na razão de comprimentos ótima, também foi analisado segundo a mesma metodologia de planejamento fatorial em três níveis. O resultado é mostrado no gráfico de Pareto (Minitab, 2017) das Figuras 10 e 11.

Figura 10 - Diagrama de Pareto para um nível de confiança de 95%, para o parâmetro geométrico DRopt.



Fonte: Presente autor.

Figura 11. Diagrama de Pareto para um nível de confiança de 95%, para o parâmetro geométrico LRopt.



Fonte: Presente autor.

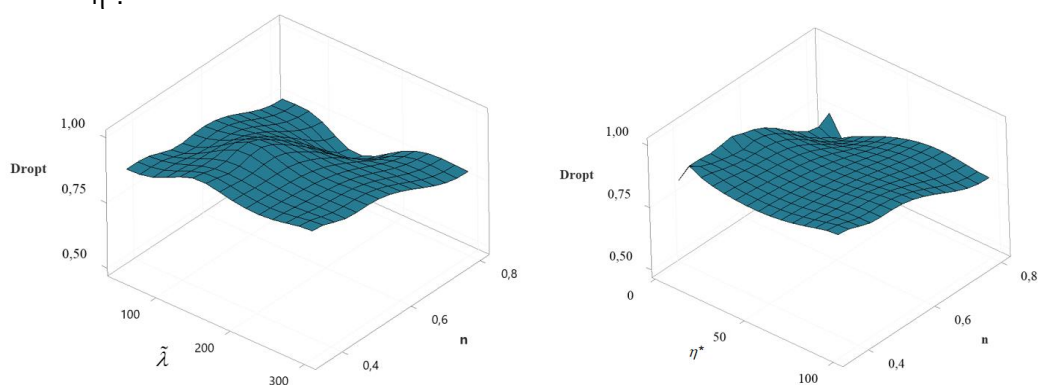
Pode-se observar que o parâmetro n é o que mais apresenta efeito sobre a geometria ótima, influenciando tanto a razão de comprimentos quanto a razão de diâmetros para a resistência ao escoamento mínima, mas com efeito significativo somente sobre a razão de diâmetros. Isto pode ser explicado, pois o índice n controla a taxa de decaimento da viscosidade

conforme aumenta a taxa de deformação do escoamento, então a perda de carga ao longo do tubo sofre muito os efeitos deste parâmetro. Um escoamento sujeito ao mesmo número de Reynolds, dado pela equação 21:

$$\text{Re} = \frac{D_0 U_m \rho}{\eta_0} \quad (21)$$

vai ter sua viscosidade reduzida ao longo dos tubos quanto menor for o índice n . Observando-se as Figuras 12a e 12b, verifica-se que a razão de diâmetros ótima deve ser maior quanto menor o n , independente do $\tilde{\lambda}$ ou do η^* do fluido em praticamente todos os casos. A exceção é o caso no qual η^* é muito pequeno. Neste caso, como a razão de viscosidades é muito pequena, por menor que seja o índice n , não deve haver um decaimento importante da viscosidade, pois não há muita variação entre os patamares de alta e baixa viscosidade, como mostrados nas Figuras 13 a 16.

Figura 12 - (a) Dependência da razão de diâmetros ótima em n e $\tilde{\lambda}$ e (b) dependência de n e η^* .



(a) e (b)

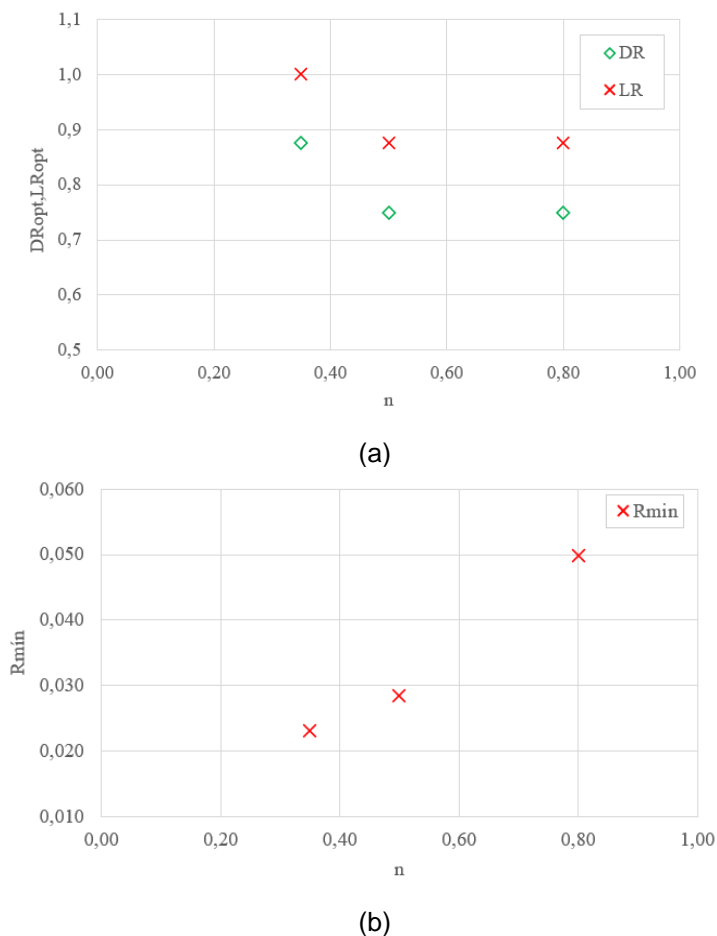
Fonte: Presente autor.

Para o parâmetro θ , ou seja, o ângulo de abertura da bifurcação, em mais de 92,5% dos casos estudados foi obtido o valor ótimo de 135° , corroborando os resultados da literatura de Sehn (2018).

Na sequência, são apresentados os resultados que foram obtidos para a otimização geométrica da bifurcação em forma de Y, e sua dependência em cada um dos parâmetros reológicos. Cada figura ilustra como a razão de diâmetros ótima e a razão de comprimentos ótima varia com o parâmetro reológico em análise (Figura a), e como a resistência mínima para a melhor

configuração varia com tal parâmetro (Figura b). A Figura 13(a) mostra que o DR_{opt} e o LR_{opt} , ou seja, a razão de diâmetros e a razão de comprimentos que minimizam a resistência ao escoamento, R_{min} , variam de forma semelhante, diminuindo conforme n aumenta, e aproximando-se para o valor de um fluido newtoniano, que seria aquele com $n = 1$. A Figura 13(b) mostra que a resistência ao escoamento mínima é menor quanto menor o n , pois n representa a taxa de decaimento da viscosidade. Assim, o menor valor de n representa o fluido mais pseudoplástico, que acarreta menos perdas na bifurcação. Observa-se que as razões de aspecto ótimas podem variar na ordem de 20%, enquanto que a resistência ao escoamento mínima varia na ordem de 50% com a variação do índice de escoamento.

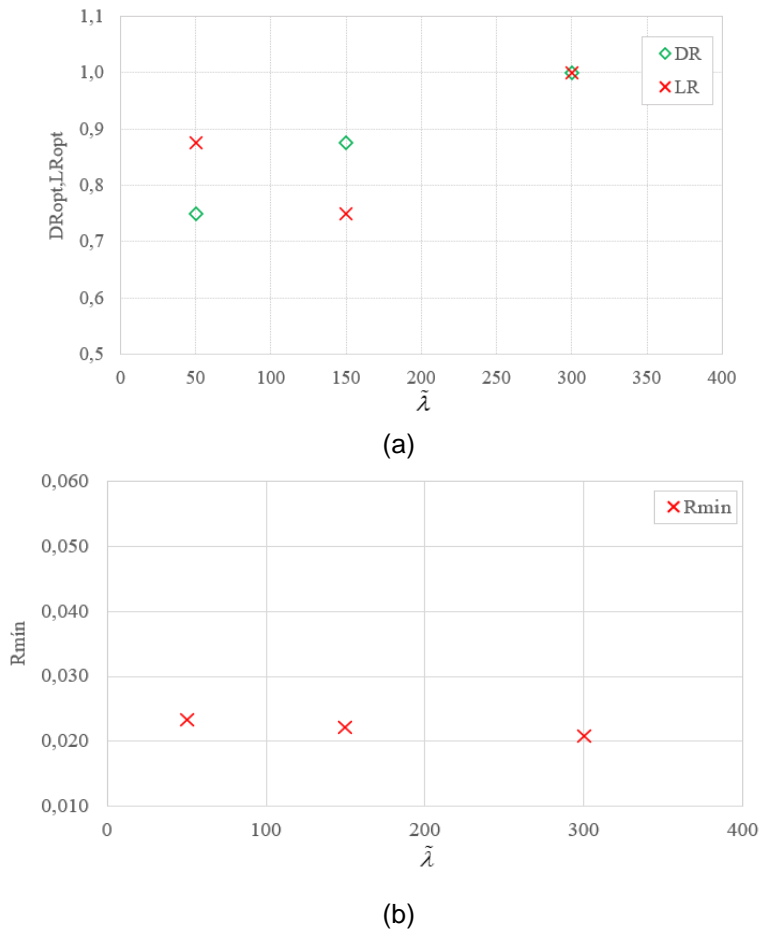
Figura 13- $\tilde{\lambda} = 50$ e $\eta^* = 10$. (a) Razões de aspecto ótimas, DR_{opt} , LR_{opt} , em função do índice de escoamento, n , (b) Resistência ao escoamento mínima, R_{min} em função do índice de escoamento, n .



Fonte: Presente autor.

A Figura 14(a) mostra o DR_{opt} e o LR_{opt} em função do número de Carreau, $\tilde{\lambda}$, enquanto a Figura 14(b) mostra a resistência ao escoamento mínima em função do número de Carreau. Observa-se que efeito do número de Carreau sobre as geometrias ótimas é relevante, no entanto o valor da resistência ao escoamento mínima, R_{min} , é semelhante para os três valores de $\tilde{\lambda}$. Quando o número de Carreau é pequeno, algumas regiões do escoamento não atingem a taxa de deformação para que haja decaimento da viscosidade, ou seja, ficam no platô de viscosidade η_0 . Conforme o número de Carreau aumenta, o platô de η_0 fica mais curto, e toda a região do escoamento experimenta decaimento de viscosidade. Assim, para $\tilde{\lambda}$ suficientemente alto e o uso da geometria otimizada, os resultados são muito semelhantes para a resistência ao escoamento mínima, R_{min} .

Figura 14 - $n = 0,50$ e $\eta^* = 15$. (a) Razões de aspecto ótimas, DR_{opt} , LR_{opt} , em função do índice de escoamento, n (b) Resistência ao escoamento mínima, $R_{mín}$ em função do índice de escoamento n .

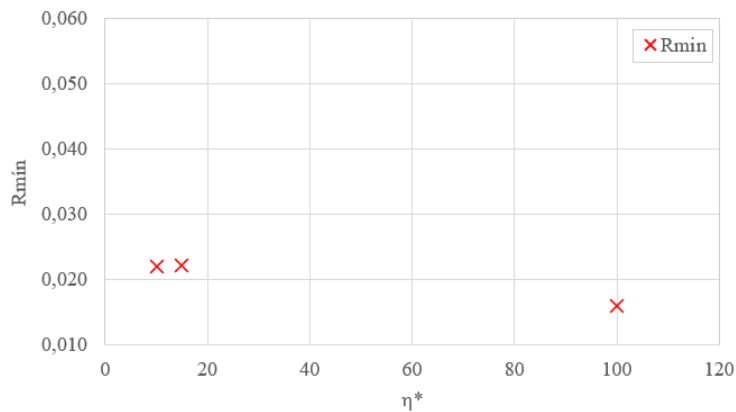
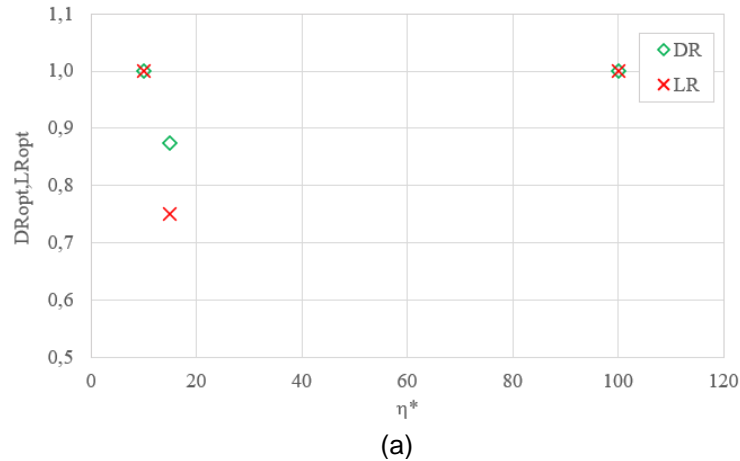


Fonte: Presente autor.

A Figura 15(a) mostra o DR_{opt} e o LR_{opt} em função da razão de viscosidades, η^* . A figura ilustra que o comportamento da geometria otimizada com o parâmetro η^* não é linear, experimentando, para ambos os parâmetros, uma queda seguida de um aumento. Isto corrobora a tese de que o desempenho do sistema no qual o fluido é não newtoniano é altamente sensível à reologia, e que utilizar leis universais a fim de atingir um bom desempenho pode prejudicar o desempenho do sistema não newtoniano. A Figura 15(b) mostra que a resistência ao escoamento mínima, quando empregados os parâmetros geométricos, ótimos, se mantém praticamente constante. Este resultado é bastante importante, pois mostra que se podem manter valores bastante baixos da resistência ao escoamento se forem

respeitados os valores ótimos para as razões de aspecto, conforme mostrado na Figura 15 (a).

Figura 15 - $\tilde{\lambda}=150$ e $n=0,5$. (a) Razões de aspecto ótimas, DR_{opt} , LR_{opt} , em função do índice de escoamento, n , (b) Resistência ao escoamento mínima, R_{min} em função do índice de escoamento, n

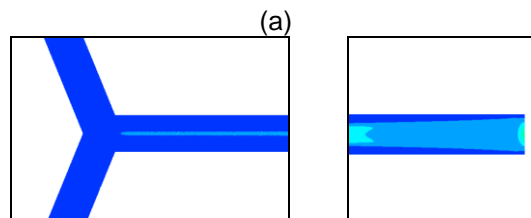
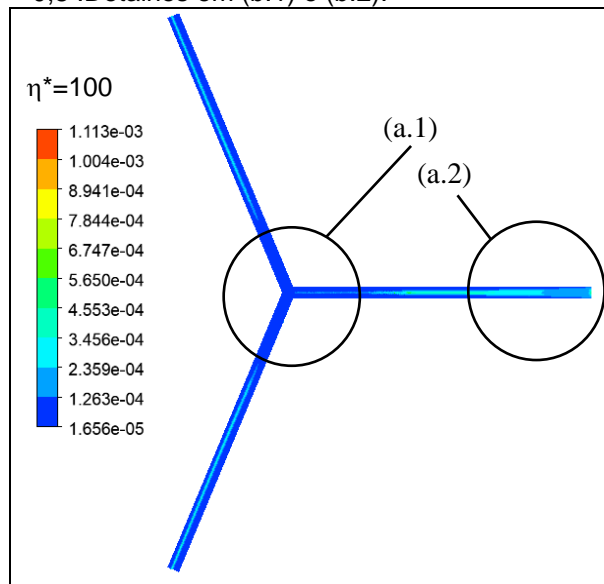


(b)

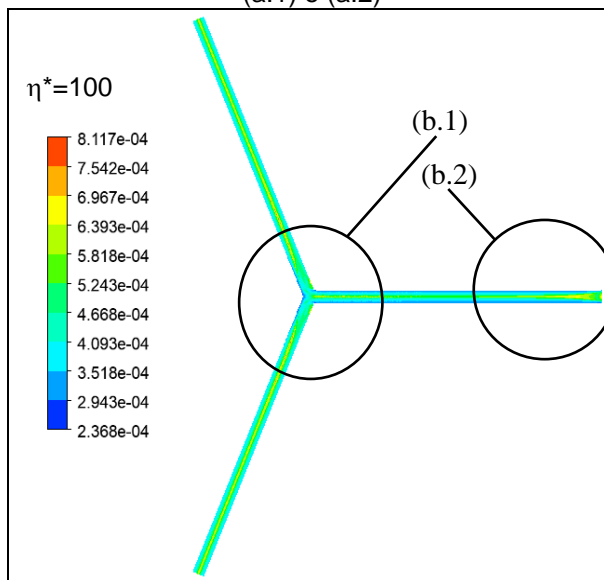
Fonte: Presente autor.

A Figura 16 mostra o campo de viscosidades comparando o escoamento sujeito a mesmos valores de η^* e $\tilde{\lambda}$ porém variando o índice de escoamento n de 0,35 a 0,8. A Figura 16(a) mostra que a faixa de viscosidades encontrada no escoamento varia de $1,65 \cdot 10^{-5}$ a $1,11 \cdot 10^{-3}$, para o menor valor de $n = 0,35$. Na Figura 16(b), a faixa de viscosidade experimental varia entre $2,37 \cdot 10^{-4}$ e $8,12 \cdot 10^{-4}$, uma faixa de decaimento de viscosidade muito menos expressiva. O maior decaimento da viscosidade para o fluido de menor n explica o motivo de o parâmetro n ter o maior efeito em causar mudanças com relação ao comportamento esperado para o fluido newtoniano.

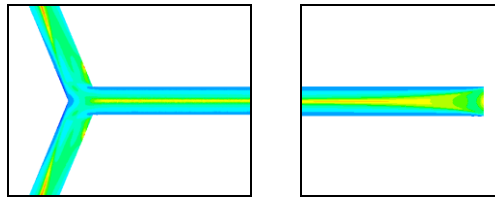
Figura 16 - Campo de viscosidade para $\tilde{\lambda} = 50$, $\eta^* = 100$. (a) $n = 0,35$. Detalhes em (a.1) e (a.2). (b) $n = 0,8$. Detalhes em (b.1) e (b.2).



(a.1) e (a.2)



(b)

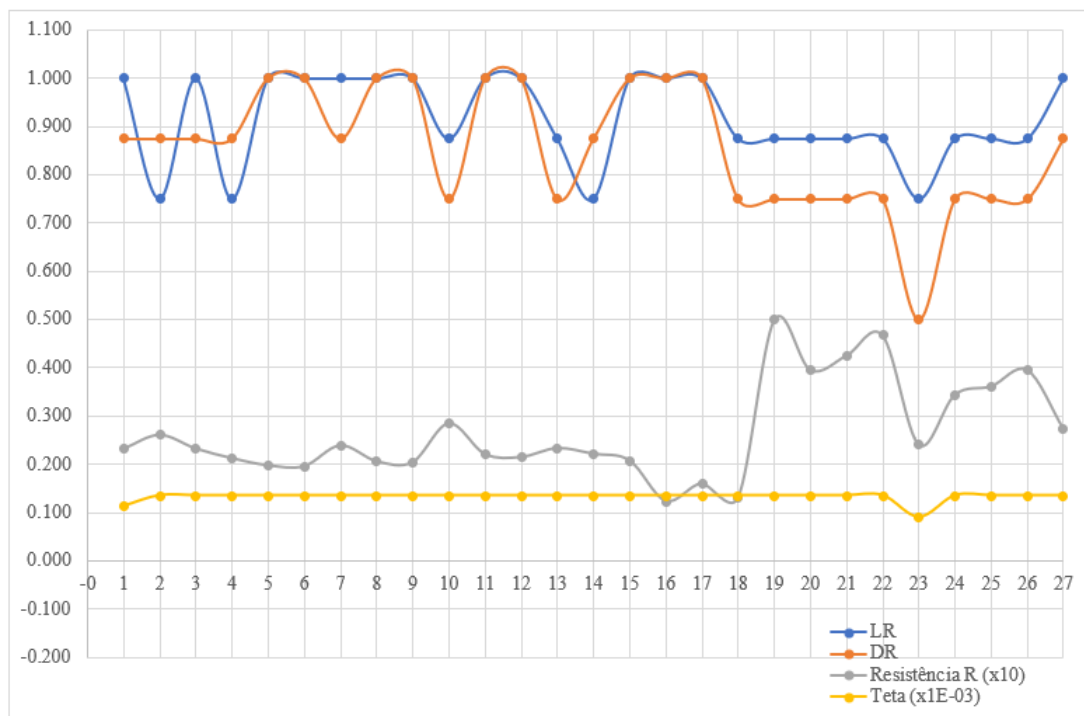


(b.1) e (b.2)

Fonte: Presente autor.

Dos 27 arquivos gerados na simulação, utilizando o Response Surface e o modelo do Sparse Grid, pôde-se verificar ao analisar os experimentos efetuados, a influência dos parâmetros reológicos de forma a verificar a minimização da resistência ao escoamento, como é possível observar na figura 17.

Figura 17 - Valores obtidos para LR_{opt} , DR_{opt} , θ e R_{min} obtidos nas 27 simulações.



Fonte: Presente autor.

Dos dados expostos na Figura 17, verificou-se que nos casos analisados, obteve-se uma otimização na resistência ao escoamento significativa para o Caso 16. Pode-se observar também que o ângulo de

bifurcação, θ , permaneceu constante em praticamente todos os casos e que a resistência ao escoamento sofre uma influência significativa dos parâmetros LR_{opt} e DR_{opt} . Para possibilitar a análise ajustou-se as escalas para a Resistência e θ . Também pode-se observar dos resultados obtidos que as razões geométricas entre os diâmetros e os comprimentos dos dutos são influenciadas pelos parâmetros reológicos, no caso o modelo de Carreau. Para $\tilde{\lambda} = 50, 150$ e 200 os valores de LR_{opt} e DR_{opt} variaram de 0,75 a 1, diferindo substancialmente das razões obtidas por Sehn (2018) ao utilizar o modelo de *Power Law* nas simulações.

3. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi apresentado um estudo numérico do escoamento tridimensional de fluidos em estruturas bifurcadas em forma de Y, com o objetivo de investigar os efeitos dos parâmetros reológicos no desempenho das geometrias de bifurcações obtidas segundo o Design Construtal. Além disso, também foram objetivos deste trabalho a obtenção dos ângulos, razões dos diâmetros e razões dos comprimentos para minimizar a resistência ao escoamento para diferentes condições de escoamentos de fluidos não newtonianos do tipo Carreau.

Dos resultados obtidos e discutidos no item 2.6.2 – Análise de resultados, pôde-se observar que dos parâmetros reológicos estudados, o índice n foi o parâmetro que apresentou maior influência sobre o resultado da resistência ao escoamento mínima, afetando a razão de comprimentos e de diâmetros, mas com efeito significativo somente sobre a razão de diâmetros. Conforme a análise efetuada, o índice n controla a taxa de decaimento da viscosidade à medida em que aumenta a taxa de deformação do escoamento, e com isso, influencia a perda de carga ao longo do tubo.

Assim, com este trabalho demonstrou-se que ao se utilizar o modelo de Carreau, é possível se obter configurações ótimas diferentes das que foram obtidas por outros autores ao se utilizar o modelo de *Power Law*. Além disso, como demonstrado no item 2, o modelo de *Power Law* é mais restrito devido

aos desvios que apresenta para valores muito elevados ou baixos de taxas de cisalhamento. Logo, pode-se concluir também que a aplicação de um método de fluidodinâmica computacional e um método de otimização para a determinação de escoamentos de fluidos de Carreau, permite obter configurações otimizadas para patamares onde o modelo de Power Law já não é mais válido.

Dos dados obtidos neste estudo, pode-se cogitar a sua aplicação nas áreas de química e biologia principalmente, pois conforme discutido no item 1, há uma grande gama de fluidos que apresentam comportamento de fluidos não-newtonianos que necessitam de uma análise mais aprofundada.

4. AGRADECIMENTOS

Os autores F.S.F. Zinani e L.A.O. Rocha são bolsistas do CNPq, números de processo 307827/2018-6 e 307791/2019-0, respectivamente. Os autores agradecem a CAPES pelo apoio à pós-graduação.

REFERÊNCIAS

- ANSYS. **Fluent Theory Guide. Release 2019 R1.** Canonsburg, 2019.
- ANSYS. **ACT Customization Guide for DesignXplorer.** Release 2019 R3. Canonsburg, 2019.
- BARNES, H. **A Handbook of Elemental Rheology.** Cambrian Printers, 2000.
- BEJAN, A. Constructal Law, Twenty Years After, **THE PUBLISHING HOUSE OF THE ROMANIAN ACADEMY**, Series A, PROCEEDINGS OF THE ROMANIAN ACADEMY Special Issue/2018, pp. 309–311.
- BEJAN, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. **International Journal of Heat and Mass Transfer** 40, 799–816, 1997.
- BEJAN, A. **Shape and Structure, from Engineering to Nature.** Cambridge University Press, 2000.

BEJAN, A. **The Physics of Life: The Evolution of Everything** (St. Martin's Press), 2016.

BEJAN, A.; LORENTE, S. Constructal law of design and evolution: Physics, biology, technology, and society. **Journal of Applied Physics** 113, 6, 2013

BEJAN, A.; LORENTE, S. **Design with constructal theory** (Hoboken, N.J: John Wiley & Sons), 2008.

BEJAN, A.; ZANE, J.P. **Design in Nature: How the Constructal Law Governs Evolution in Biology, Physics, Technology, and Social Organizations** (New York (NY): Anchor), 2013.

CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. **Non-Newtonian Flow and Applied Rheology**, Butterworth-Heinemann\ChemE, 2008.

ÇELİK, I.B., *et al.* Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization. **Journal of Fluids Engineering**, Vol. 130, 2008.

DOS SANTOS, E. D. *et al.* The Constructal Design Applied to Renewable Energy Systems. In: **Sustainable Energy Technologies**. [s.l.] CRC Press, 2017. p. 45–62.

DUTRA, R. F. *et al.* Constructal design of an arterial bypass graft. **Heat Transfer**, n. December 2019, p. htj.21693, 23 fev. 2020.

HESS, W. R. Über die periphere Regulierung der Blutzirkulation. **Pflüger**, Arch. 168, 439–490, 1917.

IRGENS, F., **Rheology and Non-Newtonian Fluids**. Springer, 2014.

KIM, N.; REDDY, J. N., A spectral/hp least-squares finite element analysis of the Carreau–Yasuda fluids. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, 2016 pg. 541–566.

MIGUEL A. F. Lungs as a natural porous media: architecture, airflow characteristics and transport of suspended particles. In: Delgado J (ed) **Heat and mass transfer in porous media, advanced structured materials series**, vol. 13. Springer, Berlin, pp. 115–137, 2012.

MIGUEL, A. F. A study of entropy generation in tree-shaped flow structures. **International Journal of Heat and Mass Transfer** 92, 349–359, 2016b.

MIGUEL, A. F. Fluid flow in a porous tree-shaped network: Optimal design and extension of Hess–Murray's law. **Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications** 423, 61–71, 2015.

MIGUEL, A. F. Scaling Laws and Thermodynamic Analysis for Vascular Branching of Microvessels. **FMR** 43, 2016a.

MIGUEL, A. F. Toward an optimal design principle in symmetric and asymmetric tree flow networks. **Journal of Theoretical Biology** 389, 101–109, 2016c.

MIGUEL, A. F.; ROCHA, L. A. O. **Tree-Shaped Fluid Flow and Heat Transfer**. Springer, 2018.

MINITAB. **Introdução ao Minitab 18**, Release 18.1.10, 2017.

MOREIRA, C. T. G, **Programa introdutório à Fluidodinâmica Computacional com Solução numérica do escoamento de Couette**, Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2020.

MURRAY, C. D. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries. **The Journal of General Physiology** 9, 835–841, 1926b.

MURRAY, C. D. The physiological principle of minimum work I. The vascular system and the cost of blood volume. **Proceedings of the National Academy of Sciences** 12, 207–214, 1926a.

PATANKAR, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**, McGraw-Hill, 1980.

PEPE, V. R., ROCHA, L. A. O., and MIGUEL, A. F. **Is It Hess-Murray Law Always Valid?** Proceedings of the Constructal Law Conference 2017, The Publishing House of the Romanian Academy, Bucharest, Romania, pp. 444-455. 2017a.

PEPE, V. R., ROCHA, L. A. O., and MIGUEL, A. F. Optimal Branching Structure of Fluidic Networks with Permeable Walls. *Biomed Res Int* 2017, 1–12, 2017b.

REVELLIN, R.; ROUSSET, F.; BAUD, D.; BONJOUR, J. Extension of Murray's law using a non-Newtonian model of blood flow. **Theoretical Biology and Medical Modelling** 6, 7, 2009.

ROCHA, L. A. O.; LORENTE, S.; BEJAN, A. Constructal Theory in Heat Transfer. In: **Handbook of Thermal Science and Engineering**. Cham: Springer International Publishing, 2017. p. 1–32.

ROCHA, L. A. O.; LORENTE, S.; BEJAN, A. (ed.), **Constructal Law and the Unifying Principle of Design (Understanding Complex Systems)**, Springer, 2013.

SEHN, A., **Estudo numérico e Design *Constructal* de escoamentos bifurcados em forma de Y**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

UYLINGS, H. B. M. Optimization of diameters and bifurcation angles in lung and vascular tree structures. **Bulletin of Mathematical Biology** 39, 509–520, 1977.

Enviado em: 16 set. 2020

Aceito em: 26 fev. 2021

Editores responsáveis: Bianca Neves Machado / Mateus das Neves Gomes