REVISTA Mundi
Sociais e Humanidades
INSTITUTO FEDERAL Paraná

A NATUREZA DO PENSAMENTO MATEMÁTICO: O trecho de um rio, seus acidentes, sua correnteza e sua vereda

THE NATURE OF MATHEMATICAL THOUGHT: The stretch of a river, its accidents, its current and its path

Paula Cristina Bacca[1]

RESUMO: Neste texto discutimos a natureza do pensamento matemático a partir da filosofia da matemática e de algumas de suas vertentes. Na sequência apresentamos a ruptura do pensamento algébrico-geométrico, a partir de Descartes, destacando seu método analítico, diferenciando-o do sintético e o quanto ele foi o estopim para o desenvolvimento não só da matemática, mas das ciências de forma geral. A partir das sessões anteriores, fazemos uma leitura sobre algumas proposições acerca da natureza das Ciências por meio dos textos de Breno Arsioli Moura, Luiz Peduzzi & Anabel Raicik e com alguns epistemólogos do século XX. Nesse movimento, exemplificando algumas asserções sobre a natureza das ciências e suas aproximações com a construção do pensamento matemático, a matemática parece não ser uma ciência eternizada e única, ela seria construída permitindo modos distintos de tratar os diversos problemas supostos em cada época.
PALAVRAS-CHAVE: Descartes. Filosofia. Matemática. Ciência.

ABSTRACT: In this text we discuss the nature of mathematical thinking based on the philosophy of mathematics and some of its aspects. Following, we present the rupture of algebraic-geometric thinking, starting from Descartes, highlighting his analytical method, differentiating it from the synthetic one and how much he was the trigger for the development not only of mathematics, but of sciences in general. From the previous sessions, we read about some propositions about the nature of Sciences through the texts of Breno Arsioli Moura, Luiz Peduzzi & Anabel Raicik and with some epistemologists of the 20th century. In this movement, exemplifying some assertions about the nature of the sciences and their approximations to the construction of mathematical thinking, mathematics does not seem to be an eternal and unique science, it would be constructed allowing different ways of dealing with the various problems that were supposed to occur in each era.
KEYWORDS: Descartes. Philosophy. Mathematics. Science.

A NASCENTE

[1] Doutoranda do PPG em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal Santa Catarina - UFSC. Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Regional de Blumenau – FURB. Professora do Instituto Federal Catarinense – Campus Brusque, paula.bacca@gmail.com

Neste texto, traremos um olhar a partir de algumas asserções sobre a natureza da ciência e de um recorte histórico da matemática. Na primeira parte, discutiremos brevemente a natureza do pensamento matemático e como a filosofia trabalha com o intuito de buscar a verdade dentro desta ciência. Veremos que ela, assim como outras áreas da ciência, busca sua verdade em eficientes formas de abordagem.

Na sequência apresentaremos o pensamento geométrico cartesiano a partir de um recorte histórico. Para tanto, optaremos por analisar a história e filosofia da Matemática, na Europa Ocidental, nos séculos XV a XVII, destacando Descartes e os primórdios da geometria analítica, diferenciando o método analítico do sintético. A escolha por esse período e por Descartes se deve ao fato de que o pensamento (cartesiano) geométrico e a consideração do ser humano e da natureza de forma dicotômica foram uma das asserções para a construção da Ciência Moderna. Ademais, com a *Nova Filosofia da Ciência* (Kuhn, Feyerabend, Lakatos, Popper e outros) o emprego de episódios históricos em determinadas ciências tem por finalidade "criticar imagens formadas sobre a racionalidade científica" (OLIVA, 1990, p.17) ou dissecar o fato com o intuito de obter um olhar crítico sobre a construção do conhecimento científico.

A partir das duas sessões anteriores faremos uma leitura sobre algumas proposições sobre a natureza das Ciências por meio dos textos de Moura (2014), Peduzzi & Raicik (2017) e com alguns epistemólogos da *Nova filosofia da ciência* do século XX. Assim, por meio do recorte histórico, poderemos perceber a evolução da matemática no século XVII e como seu desenvolvimento estabelece uma conexão com a razão e a experiência, tendo características comuns às outras áreas da ciência; é mutável, é influenciada pelo contexto social, cultural, político, no qual é construída; bem como seus pesquisadores são influenciados por sua imaginação, crenças pessoais, influências externas, entre outros para fazer matemática.

O CURSO DO RIO: A CORRENTEZA E OS MIL ACIDENTES

A compreensão das questões relacionadas à natureza do pensamento e dos objetos matemáticos são alguns dos pontos os quais a filosofia da matemática busca responder. Então, como ela compreende esse pensamento? Vários filósofos irão dizer que não existe uma resposta única para esta pergunta. A matemática pode ser vista de várias maneiras: como um conjunto de conhecimentos, uma vasta variedade de técnicas e métodos, o resultado da atividade humana, ou a atividade de resolver problemas (GARCIA, 2000). Ao olharmos para as definições da natureza da ciência, encontraremos diferentes definições existentes. Em uma delas, apresentada por Moura (2014), a matemática seria como “um conjunto de elementos que tratam da construção, estabelecimento e organização do conhecimento científico”, ela “envolve um arcabouço de saberes sobre as bases epistemológicas, filosóficas, históricas e culturais da Ciência (Ibid., 2014, p. 2). Compreender este arcabouço e os elementos que o compõem são intrincadas tarefas hodiernas.

Talvez a matemática realmente não seja do interesse de todos. Poderíamos seguir com Bachelard e afirmar que os obstáculos predominam, ou ainda, por não ser palpável, material, tangível ou perceptível pelos sentidos, a matemática se torna uma disciplina obscura. Ela realmente não é “vista” pela maioria das pessoas. Podemos argumentar dizendo que a matemática é vista já que pode ser exposta em um papel, mas a matemática não está no papel, ela está na mente do matemático, assim como uma música não está na partitura, ela está na mente do músico (DEVLIN, 2008). Para um filósofo platonista o “ver” matemático é efetivamente um momento em que se vê com os olhos da mente e não com os olhos da face. Para Platão, “as ideias matemáticas admitem instâncias perfeitas [...]. Sendo perfeitos, esses objetos não são acessíveis aos sentidos” (SILVA, 2007, p. 39). Logo, para Platão a matemática pode ser conhecida *a priori*, isto é, independentemente dos sentidos e essa independência seria um caminho para livrá-la de qualquer paradoxo e torna-la pura e imutável. Já no pensamento aristotélico, os objetos matemáticos são intuídos ou percebidos porque os abstraímos, ou seja, “os objetos matemáticos existem independentemente de um sujeito, mas não de objetos reais o que os torna objetos deste, não de outro mundo, como acreditava Platão” (Ibid., 2007, p. 53).

O pensamento matemático é de uma natureza um tanto ímpar. Ao adentrar em sua história, percebemos que seu curso “possui espontaneidade, oferece os mil acidentes de um rio natural” (BRUNSCHVICG, 1945, p. 14).

Envolve a criatividade de seus apaixonados tietes que se alimentam das nascentes deste rio cheio de conjecturas, se empenhando para que suas águas caiam em um canal racionalmente cavado ou que percorram caminhos que seus olhos possam assistir e sua razão aceita-lo. A sua história e seu percurso se apresentam cheios de esforços acumulados de muitas pessoas, em várias línguas e em várias culturas. Na tentativa de compreender os caminhos deste rio, os matemáticos se apropriam de linguagens e simbolismos que organizam e traduzem suas ideias, possibilitando um modo de descortina-lo e entende-lo. Essa linguagem, conhecida como formal, e que no século XIX vem a desabrochar, emerge “uma concepção de matemática não como uma ciência de conteúdos ou objetos, mas de estruturas ou invólucros formais de *possíveis* domínios de objetos, definidos por relações formais no interior de um sistema simbólico sem interpretação pré-determinada” (SILVA, 2007, p. 80). Entretanto, mesmo com formalidades e rigor, o olhar para a matemática se diverge. As vertentes de sua filosofia – Platonismo, Formalismo, Intuicionismo, Logicismo, Construtivismo, entre outras – apresentam-se de diferentes perspectivas sendo até incompatíveis uma com as outras. Certamente cada uma delas nos abre uma perspectiva sobre a natureza da matemática. Eles “iluminam esta ou aquela dentre as múltiplas facetas da matemática, apesar de falharem como visões hegemônicas sobre a natureza da matemática” (SILVA, 2007, p.235-6). A falha como visão hegemônica e a não construção de uma filosofia capaz de dar conta de toda a vazão deste rio, faz a visão absolutista e a falibilista existirem mesmo sendo divergentes.

Assim, concordamos com Bachelard, quando ele afirma que “o espírito matemático diferencia-se do espírito científico, pois a história da matemática é regular, conhece períodos de pausa, mas não conhece períodos de erro” (Ibid, 1996, p.28). As vertentes da filosofia da matemática podem ser incompatíveis uma com as outras, mas todas ainda desaguam no mesmo oceano e por mais que se tente mudar o rumo deste rio, ela evolui e percorre o relevo acidentado por suas crises e até pelos seus fracassos não obtendo erros, mas sim impotência para dar conta de toda essa *bacia*.

O TRECHO ESCOLHIDO: A RUPTURA CARTESIANA

Ao iniciar, em seu livro *História da Matemática*, o capítulo sobre a criação da geometria analítica, Eves escreve que “poucas experiências escolares podem ser mais emocionantes para um aluno do colegial avançado ou início de faculdade do que uma introdução a esse novo e poderoso método de enfrentar problemas geométricos” (1995, p. 382). Para esse autor, a geometria desenvolvida por Descartes (1596 – 1650) e seus contemporâneos, ofereceu um poderoso método para a construção da matemática e de diversos ramos da ciência. O método apresentado no século XVII na escola cartesiana foi “uma lógica universal chamada para reabastecer a lógica aristotélica das classes e a restaurar o platonismo sobre uma base positiva” (BRUNSCHVICG, 1945, p. 123).

Este novo método, trabalhado intensamente no século XVII, rompeu com o pensamento algébrico-geométrico desenvolvido desde a antiguidade com Euclides e Aristóteles. No último apêndice de seu Discurso, *La Géométrie,* Descartes inicia com a seguinte frase: “Todo problema de geometria pode ser facilmente reduzido a termos tais que o conhecimento dos comprimentos de certos segmentos basta para a sua construção” (DESCARTES, 1954, p. 2).

A grande diferença no pensamento cartesiano estava no tratamento algébrico da geometria, conhecido como analítico, onde os problemas passam a ser resolvidos por um novo método que é chamado análise. Logo nas primeiras páginas de seu apêndice *La Geomètrie*, Descartes (1925, p. 6) apresenta o que seria este novo método analítico:

> Se queremos resolver qualquer problema, primeiramente supomos que a solução já está encontrada, e damos nomes a todas as linhas que parecem necessárias para construí-la. Tanto para as que são desconhecidas quanto as que são conhecidas. Em seguida, sem fazer distinção entre linhas conhecidas e desconhecidas, devemos percorrer a dificuldade da maneira mais natural possível, mostrando as relações entre as linhas, até que seja possível expressar uma única quantidade de dois modos. A isto chamamos uma Equação uma vez que os termos de uma destas duas expressões são iguais aos termos da outra.

O método analítico supõe que consideremos como conhecida uma quantidade desconhecida e possa operar com as quantidades desconhecidas da mesma forma que operamos com as quantidades conhecidas, e é isso que nos permite escrever uma equação. No século XVII este método ganhou uma grande repercussão, pois foi visto por muitos como capaz de substituir os caminhos da geometria euclidiana que se utilizava do método sintético, o qual não expõe e não deixa claro o conhecimento do percurso da descoberta, ou seja, é um método que privilegia o caminho da justificação, mas que esconde o caminho da descoberta. Isso ocorria, porque a matemática grega era desenvolvida apenas com régua e compasso, ou seja, a construção dos objetos geométricos e sua devida abstração por construção de pensamento lógico dedutivo levava a sua evidenciação. O método sintético raciocina diretamente sobre as linhas que compõem a figura, e investiga sobre que procedimento podem ser traçadas de maneira a satisfazer as condições do problema. Descartes caracteriza o método sintético como uma investigação das causas pelos seus efeitos e coloca que os antigos geômetras tinham por costume empregar unicamente a síntese em seus escritos, não porque ignorassem inteiramente a análise, mas, segundo seu parecer, porque davam tanta significação que só reservavam para eles mesmos, como um importante segredo (BRUNSCHVICG, 1945).

A pergunta feita pelos matemáticos do século XVII era como os matemáticos gregos chegavam às suas descobertas e a seus resultados? Desta forma, o método analítico ganhou grande repercussão no século XVII, porque permitia evidenciar e tornar claro o caminho da descoberta, sobretudo quando o método analítico foi associado à álgebra, uma poderosa ferramenta vinda dos árabes. E é exatamente nesta linha que se apresenta Descartes.

É claro que não foi o gênio de Descartes de modo isolado que propôs esse novo caminho para a geometria. Ele estava inserido em uma tendência, uma rede de matemáticos que já seguiam este caminho e que já discutiam sobre a importância desse método, mas não podemos negar que Descartes propôs uma sistematização nova de diversos métodos de construção pela via analítica que estavam presentes na sua época. A obra de Descartes é com demasiada frequência descrita "[...] como a aplicação da álgebra a geometria, ao passo que na verdade poderia ser bem caracterizada como sendo a tradução de operações algébricas em linguagem geométrica" (BOYER, 1996, p. 232).

Para compreendermos melhor as diferenças na estrutura do pensamento sintético (Euclides) e do analítico (Descartes), proponho mostrar duas construções geométricas de uma mesma operação: o produto de dois números.

No pensamento sintético, vindo de Euclides a partir das construções com régua e compasso, determina-se o produto de dois segmentos $\overline{BD}$ e $\overline{BC}$, definindo os seguintes passos:

Construa dois segmentos de reta e posicione-os de tal modo que o ângulo entre eles seja reto. Assim, temos que $\overline{BD}$ e $\overline{BC}$ representam a altura e a base de um retângulo. A área deste retângulo será o valor do produto de $\overline{BD}$ por $\overline{BC}$.

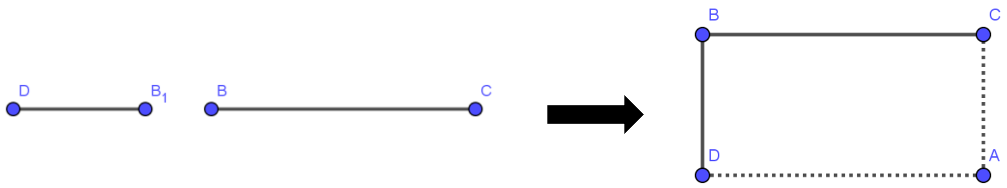

Figura 1. Pensamento sintético

Percebemos que realmente isso sempre ocorrerá, mas o caminho e como isso é possível, não são apresentados e não fica claro.

Já no método analítico, o produto de dois segmentos será outro segmento e não mais uma área, vejamos:

Vamos determinar o produto de $\overline{BC}$ por $\overline{BD}$: a partir da construção geométrica (Figura 2), podemos formar a seguinte equação pelo teorema de Tales:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{BD}},$$

como $\overline{AB} = 1$ (Descartes supõe AB como medida conhecida)

$$\frac{\overline{BC}}{1} = \frac{\overline{BE}}{\overline{BD}}$$

Aplicando o teorema fundamental da proporcionalidade: $\overline{BE} = \overline{BD} \cdot \overline{BC}$, ou seja, o produto de dois segmentos é, também, outro segmento.

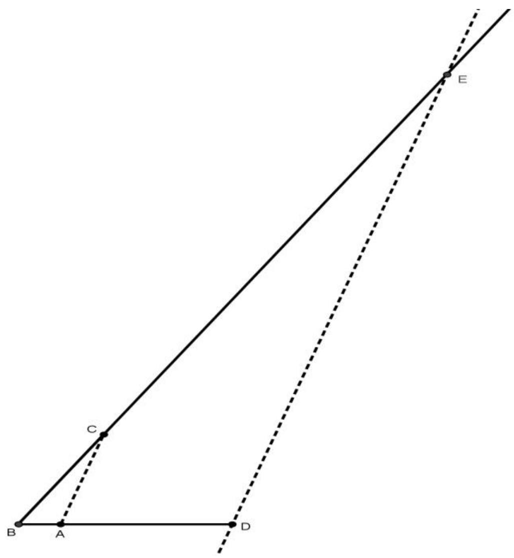

Figura 2: Pensamento analítico

Observamos aqui que Descartes determina valores para certos segmentos para descobrir outros e, operando-os, mostra o caminho para a obtenção dos valores desconhecidos, deixando claro o método seguido para tal descoberta. Este mesmo método, ele apresenta na solução para o problema de Pappus em seu *La Geometrie*. Na resolução, propõe o método para reduzir e simplificar o problema, determinando também valores (x e y) para segmentos construídos e segmentos a serem traçados os quais tenta referir todos os outros segmentos que fazem parte do problema. E, a partir destas equações formadas, trabalha algebricamente o problema em *função* das variáveis x e y. Em *La Geometrie* não existe, "explicitamente, eixos "cartesianos" e não são deduzidas equações da linha reta e das secções cônicas, embora haja algumas equações do segundo grau que são interpretadas como representativas de secções cônicas" (STRUIK, 1989, p. 165), mas é a ideia de associar valores a segmentos desconhecidos que faz todo o método ser singular.

As técnicas e os métodos de construção que devem ser admitidos em geometria por Descartes, devem ser ampliados, ou seja, com o novo método, não é mais admitido somente construção por régua e compasso, deve-se admitir construções por técnicas que envolvem curvas de um grau qualquer, curvas ou equações polinomiais que permitem construir soluções para problemas geométricos.

Descartes propõe uma nova essência à geometria. Claro que ainda muito próxima ao sentido euclidiano de que as soluções de problemas geométricos devem ser construídas, mas o modelo de construção geométrica que ele propõe e que quer que seja admitido como válido, ultrapassa os instrumentos e deve poder incluir esta curva ou equação.

Por fim, ele não se preocupa em dizer o lugar geométrico das suas soluções. Ele utiliza suas construções para mostrar a generalidade de um método válido para determinar lugares geométricos quaisquer, dadas quaisquer condições iniciais, através do método analítico. Ele nos apresenta a importância e a utilidade deste novo método na resolução de problemas geométricos e isso que vai ser conhecido como geometria analítica.

Antes de Descartes, toda a matemática desenvolvida no campo da álgebra partia de problemas geométricos em duas ou três dimensões. Expressões com expoentes maiores que três não eram aplicáveis à geometria, pois não existia um espaço (figura geométrica) de quatro dimensões, logo não eram trabalhados geometricamente, apenas aritmeticamente – a expressão x^2 era a área de um quadrado; x^3 era o volume de um cubo; a raiz quadrada de um número era sempre o lado de um quadrado, o que seria x^4 seguindo este raciocínio? – a álgebra desenvolvida no oriente que chegava aos cientistas da Europa no século XIV era estritamente geométrica, escrita de modo retórico, sem a utilização de símbolos. Os matemáticos encontravam provas geométricas para assegurar sua álgebra. Esse pensamento algébrico mudou no século XVII com os trabalhos não só de Descartes, mas também de François Viète (1540 – 1603) e Pierre de Fermat (1607 – 1665).

Investigando a história e o percurso do conhecimento algébrico-geométrico, podemos destacar, desde o começo do século XIV, uma ruptura com a forma de pensamento e as atitudes anteriores, além de uma nova ênfase voltada para o indivíduo, a vida terrena, o ser humano, que propiciaram transformações importantes em todas as atividades culturais e, em particular nas ciências. Podemos ressaltar que nos séculos seguintes várias outras condições possibilitaram o desenvolvimento do novo método, como as traduções dos livros em árabe e grego para o latim, bem como a criação da imprensa, o que potencializou a divulgação e impressão dos livros – em 1482 foi publicada a primeira edição impressa em latim de *Os Elementos* – temos também uma modernização da simbologia matemática utilizada. O pensamento matemático estava sendo bombardeado não só de novos conhecimentos, mas de uma nova visão humanista, que se propagava entre os cientistas.

A geometria analítica, portanto, seria uma nova e magnífica forma de representação algébrica da geometria. Assim seria possível solucionar vários problemas considerados impossíveis ou muito difíceis de resolver na época como o de Pappus, citado anteriormente, o qual, segundo Boyer (1996), foi o ponto de partida para o surgimento do método analítico e da geometria analítica.

A essência da geometria de Descartes estava em associar equações determinadas a linhas geométricas, ou seja, valores conhecidos e desconhecidos associados por meio de uma equação. Ainda hoje as coordenadas cartesianas permitem definir a posição de um ponto e fazer corresponder (cinematicamente) uma equação a uma linha reta ou curva traçada a partir daquele ponto. As equações podem ser representadas geometricamente, e as curvas podem ser representadas por meio de equações. Nas últimas décadas do século XVII, o pensamento de Descartes já havia conquistado as grandes universidades europeias.

POSSIBILIDADE DE NAVEGAÇÃO: UM OLHAR HISTÓRICO PARA ALGUMAS ASSERÇÕES

Logo no início de seu artigo, Moura (2014) apresenta uma definição para a natureza da Ciência, destacando que não é possível pensar em uma única definição para ela e deixando claro que essa descrição geral não demonstra as características mais detalhadas do que está envolvido no entendimento deste conceito. Traz ao texto duas perspectivas distintas sobre o que significa natureza da Ciência e, as quais vêm sendo pleiteadas entre os investigadores da área: a visão consensual e o conceito de semelhança familiar (*Family resemblance*).

Os aspectos consensuais da natureza da Ciência são pontos sobre os quais a maioria dos pesquisadores concorda. Já os pesquisadores que defendem a ideia do conceito de semelhança familiar criticam a ideia de aspectos consensuais. “A ciência é tão rica e dinâmica que dificilmente poderíamos descrevê-la sob um conjunto estático de regras ou aspectos” (MOURA, p. 35, 2014). Dentro da Ciência existem áreas de estudo tão variadas que não podemos admitir que os aspectos consensuais da sua natureza descreverão apropriadamente todas elas.

Essas duas perspectivas foram construídas sobre um manancial filosófico de vertentes estudos a partir do final do século XIX, onde se destacam Bachelard, Popper, Kuhn, Lakatos, entre outros. Estes filósofos e estudiosos das Ciências trouxeram novas perspectivas e reflexões acerca da natureza da mesma. Os novos olhares sobre a história das ciências suscitaram ideias que, divergindo ou convergindo, avançaram a análise da construção do conhecimento científico. A análise histórica e filosófica feita por estas grandes mentes, tiveram um importante papel no desenvolvimento e na percepção da ciência como um propulsor de ideias e ruminações acerca de sua natureza.

Por haver na literatura diferentes entendimentos sobre a natureza da ciência e até mesmo do que é ciência (Peduzzi & Raicik, 2017), compreende-la demanda contemplação das diferentes tradições de conhecimento. Com base no recorte histórico da ruptura do pensamento algébrico-geométrico em Descartes, focando em seu método, exemplificarei algumas asserções apresentadas por Peduzzi e Raicik 2017 mostrando suas aproximações com a construção do pensamento matemático.

AS TEORIAS CIENTÍFICAS NÃO SÃO DEFINITIVAS E A TEORIA DESCARTADA NÃO DEIXA DE SER CIENTÍFICA

Nos séculos XIV e XV percebe-se uma nova avaliação da natureza e da ciência, desvinculada da ideia de que o conhecimento é obtido por meio dos sentidos, da intuição e da realidade. O pensamento aristotélico determinado pela observação estava sendo, em partes, questionado. Era um momento chave onde se enfatizava a indagação empírica, o método sintético e, também, a uma compreensão quantitativa e matemática da realidade.

O novo método proposto por Descartes apresentou uma nova forma de tratamento da realidade e dos problemas geométricos, transformando o pensamento matemático do século XVII. A quantidade deixa de ser determinada pela abstração dos objetos (como em Euclides). A ciência da quantidade já não seria mais comparável a uma ciência natural. A noção de quantidade seria puramente intelectual; se estabeleceria "a *priori* unicamente pela capacidade que tem o espirito de conduzir e prosseguir até o infinito por largas cadeias de razão" (BRUSNCHVICG, 1945, p. 150). O pensamento cartesiano tomou corpo dentro das ciências e contribuiu no desenvolvimento da física (Newton), pois sua geometria se propunha a equacionar o espaço, por meio de igualdades de grau reduzido e de fácil resolução.

Percebemos uma ruptura no pensamento algébrico-geométrico, trazendo inúmeras contribuições para o desenvolvimento científico nos séculos seguintes. Entretanto seu pensamento não afastou totalmente o pensamento aristotélico e o platônico das ciências, nem foi totalmente aceito pela comunidade científica. O foco no sistema dedutivo e axiomático, a partir do século XX, levou a filosofia de Descartes a ser limitada nas pesquisas relacionadas com fenômenos que focam padrões e relações. Entretanto, Descartes influenciou fortemente os filósofos do seu tempo e das épocas posteriores mostrando que respondia a vários questionamentos referentes à matemática medieval.

OS CONTEXTOS HISTÓRICOS, CULTURAIS E SOCIAIS INFLUENCIAM O DESENVOLVIMENTO DA CIÊNCIA

Nos séculos que antecedem Descartes, o pensamento aristotélico era o modelo para as ciências. Porém, no início do século XII, os europeus latinos tiveram um maior contato com a língua árabe cuja cultura e estudos, influenciaram o pensamento e todo o conhecimento matemático europeu. Esse contato foi possibilitado por três pontes principais entre o mundo islâmico e o cristão: (a) na Espanha, por intelectuais cristãos que se deslocavam até centros de saber muçulmanos; (b) na Sicília, pelas relações entre os reinos normandos; (c) através do intercâmbio comercial entre a Europa Ocidental e o oriente. A primeira dessas pontes foi a mais significativa. Nessa época, iniciaram-se as traduções do árabe para o latim e mais tarde, as traduções do grego para o latim (BOYER, 1996). O conhecimento que havia na Europa estava sendo impregnado por inúmeras novidades árabes, na parte da álgebra, e gregas no campo da geometria. Para se ter uma ideia do impacto, foi por meio dessas traduções que o ocidente teve conhecimento, pela primeira vez, da solução completa da equação quadrática (STRUIK, 1989). Obras famosas como *Os Elementos* de Euclides, *Almagesto*, de Ptolomeu e várias outras de Al-Khwarizmi, Aristóteles e Arquimedes foram traduzidas para o latim. Entretanto essas obras eram de muito difícil compreensão para os europeus: “a matemática clássica, excetuadas as partes mais elementares de *Os Elementos* de Euclides, era uma disciplina exotérica, só acessível aos que tinham grande preparo prévio” (BOYER, 1996, p. 184).

No século XV, as ciências voltariam a reacender suas descobertas na Europa. Com a queda de Constantinopla em 1453, refugiados vieram para o ocidente e trouxeram consigo os trabalhos gregos e árabes, principalmente para Itália e Europa Central. “Os clássicos que até então só podiam ser conhecidos através de traduções árabes, nem sempre fiéis, agora se tornavam acessíveis em fontes originais.” (EVES, 1995, p. 296). Com isso, multiplicaram-se os contatos dos europeus com os trabalhos gregos e árabes dando impulso ao grande movimento social e intelectual: o Renascimento. Este movimento encontrou na antiguidade grega clássica nutrientes intelectuais importantes, uma preocupação pela natureza e pelo ser humano que definiu uma perspectiva humanista. Propiciou a crítica ao mundo intelectual dominado pela escolástica, dando ênfase à lógica formal e à especulação abstrata, que foram decisivos para o desenvolvimento do pensamento cartesiano.

A Europa do século XV e XVI foi marcada por grandes revoluções sociais, artísticas, religiosas e científicas. Com o início da busca por mais rotas de comércio com as Índias, as navegações impulsionaram a economia e as ciências. O movimento humanista propagou-se após os contatos com as obras gregas e árabes. Voltado para o estudo das línguas e da literatura clássica (grego e latim), o humanismo encontrou neles as respostas para o conhecimento e a valorização do homem. Desenvolver um extremo espírito crítico, sobretudo em relação aos problemas da sociedade.

Já no que se refere à matemática no século XVI a Europa ocidental estava em contato com as principais obras matemáticas da antiguidade. “A álgebra árabe estava dominada e aperfeiçoada, tanto pela resolução das cúbicas e quárticas quanto por um uso parcial de simbolismos” (BOYER, 1996, 207).

Descartes, filho de uma nobre e rica família, pôde dedicar sua vida aos seus estudos e suas indagações. Estudou no *La Flèche*, um famoso colégio jesuíta, onde teve contato com as clássicas obras da antiguidade como Euclides, Arquimedes e Pitágoras, além disso, estudava gramática, retórica e filosofia a qual “consistia nas obras de Aristóteles, na tradição escolástica medieval, bem como em lógica, física e metafísica.” (ACZEL, 2007, p. 31). Após terminar seu doutorado em direito foi a Paris, onde conheceu Mersenne e Mydorge e dedicou-se ao estudo da matemática. Em Paris, teve contato e estudou as obras de Pappus, Cardano, Copérnico e outros. Para ele, tudo que havia sido adquirido como conhecimento era duvidoso, pois haviam sido poluídos por crenças, meias-verdades e falsos raciocínios. Em 1628, mudou-se para Holanda, país de maioria protestante, onde se sentiu mais livre para produzir e expor seus escritos. Foi durante sua estada na Holanda que escreveu *Le*

Monde, uma descrição física do universo que acabou sendo abandonada quando Descartes soube da condenação de Galileu pela igreja (EVES, 1995). Nesses estudos, ele formulou a chamada Teoria dos Vórtices que explicaria o movimento dos planetas em torno do Sol, e dos satélites em torno dos planetas, além de dar uma explicação mecânica para a gravidade. A obra seria publicada em 1933, mas as más notícias sobre Galileu o fizeram desistir da publicação e a quase queimar todos os seus manuscritos (ACZEL, 2007). Essa publicação viria mais tarde, postumamente.

"Durante seis anos, de 1641 a 1647, Descartes estivera vivendo tranquilamente na zona rural holandesa, trabalhando em dois livros, *Passions de l´âme e Principes de philosophae*" (ACZEL, 2007, p.143), este último publicado em 1644, com preocupações didáticas e pedagógicas, para o uso de professores e alunos, tinha por objetivo, ainda que não explicitamente, substituir a filosofia aristotélica, que continuava sendo ensinada nas universidades. O livro aborda diversos temas presentes em seu *Le monde*, apenas publicado em 1664. A rainha Cristina da Suécia[2] lendo seu *Principia Philosophae* "concluiu que desejava que Descartes ingressasse em sua corte do saber" (Ibid., p. 150). Em 1649 Descartes embarca para Estocolmo para ser professor de filosofia da rainha, cinco meses após sua chegada ele adoece e, em fevereiro de 1650, falece de pneumonia.

A CIÊNCIA É UMA CONSTRUÇÃO COLETIVA

Eves (1995) comenta sobre as divergências a respeito de quem criou a geometria analítica. No mesmo século em que Descartes publicou sua *La Geomètrie*, Pierre de Fermat publicou seu *Isagoge ad locos planos et solidos* com

[2] Foi coroada com apenas 18 anos. "Tinha interesse em arte, música, literatura e ciência. Convidou muitos expoentes nesses campos para sua corte. Patrocinou artistas e músicos e financiou centenas de espetáculos teatrais e operísticos. Durante vários anos, eruditos, especialistas em todos os ramos do conhecimento, chegaram a Estocolmo e formaram a corte do saber" (ACZEL, 2007, p. 150).

ideias similares. Entretanto é preciso que haja um entendimento a respeito do que constitui a geometria analítica. Ela não só é uma geometria fundamentada no plano cartesiano, mas também um distinto método de tratamento de problemas geométricos de forma algébrica; uma moderna e diferente linguagem algébrica. A geometria analítica seria uma criação não só de Descartes, Fermat e de seu tempo, mas também de outros matemáticos e de outros tempos, os quais concederam ferramentas significativas para a montagem desta nova geometria: Nicole Oresme, Viète, Diofanto e Pappus.

O matemático Nicole Oresme (1320–1382) antecipou alguns aspectos da geometria analítica ao representar graficamente certas leis. Em um de seus trabalhos, Oresme realizou localizações de pontos por coordenadas. Segundo Boyer (1996), ele parece ter percebido o princípio fundamental de se poder representar uma função de uma variável por uma curva. Entretanto, não conseguiu utilizar bem essa observação a não ser no caso de uma função linear. Oresme preocupou-se, principalmente, pela área sob a curva e, devido a isso, é provável que não tenha visto a outra metade do princípio fundamental da geometria analítica: “uma curva plana pode ser representada, com relação a um sistema de coordenadas, como uma função de uma variável” (BOYER, 1996, p. 181).

François Viète (1540-1603) também matemático, deixou contribuições para o nascimento da geometria analítica, seu trabalho na área de álgebra com a modernização da simbologia algébrica, difundiu o emprego das vogais para representar genericamente os números. Destacou-se por trabalhar a álgebra de uma forma mais independente da geometria e descobriu outras duas maneiras de resolver a equação cúbica incompleta.

> Aqui vemos claramente uma tendência muito significativa – a de associar a nova álgebra avançada com a antiga geometria avançada. A geometria analítica não podia então estar muito distante, e Viète poderia tê-la descoberto se não evitasse o estudo geométrico de equações indeterminadas (BOYER, 1996, p. 210).

Vale destacar que o desenvolvimento da simbologia algébrica feito por Viéte possibilitou que novos resultados fossem possíveis.

Fermat é considerado talvez como o maior matemático amador de seu tempo: em seu pequeno ensaio sobre geometria intitulado *Isagoge ad locus planos et solidos*, escrito provavelmente antes de *La* Géométrie de Descartes, mostra uma aproximação um pouco maior da geometria analítica, pois trouxe equações “atribuídas a retas e cônicas, referidas a um sistema de eixos, perpendiculares em geral” (STRUIK, 1989, p. 166). Boyer (2004, p. 74) nos traz que

> A geometria analítica foi uma invenção independente de dois homens, os quais nenhum era matemático por profissão. Pierre de Fermat [...] era advogado com um profundo interesse nos trabalhos da geometria clássica antiga. René Descartes [...] era um filósofo que encontrou na matemática a base para o pensamento racional. Ambos iniciaram onde Viete parou, mas continuaram em diferentes direções. Fermat adotou a notação de Viète, mas aplicou-a em uma nova conexão, o estudo de lugares. Descartes adotou as ideias de Viète – a construção geométrica das raízes de equações algébricas – mas continuou este estudo em conjunto com um moderno simbolismo algébrico. (tradução da autora)

Duas vantagens levam Descartes a se destacar em relação a Fermat: 1) sua simbologia 2) sua dedicação a filosofia e a matemática – Fermat tinha isso como *hobbie*. A troca de cartas entre os matemáticos da época e os seus pensamentos confluindo para um mesmo caminho e questionando os anteriores, nos exemplifica um momento de ruptura e de crise para a emergência de um novo paradigma.

A FOZ: ONDE DESAGUAMOS

Podemos perceber, neste pequeno recorte temporal, um exemplo de como o desenvolvimento do pensamento matemático assemelha-se às outras ciências. Ele não é definitivo, é influenciado pelo contexto cultural ao qual está inserido e é uma construção coletiva.

O momento de criação e desenvolvimento do método analítico nos ilustra uma ruptura de paradigma nas ciências, onde o pensamento matemático estava admitindo outra forma de raciocínio, compreensão e consideração. A ideia da ciência matemática estava transformada com Descartes, a noção de quantidade estava sendo considerada como puramente intelectual e uma nova concepção de matemática envolvia uma nova concepção de filosofia que “iria tomar corpo nos sistemas de Malebranche e de Spinoza e determinar uma etapa essencial no desenvolvimento da filosofia da matemática” (BRUNSCHVICG, 1945, p. 150, tradução da autora).

Vindo ao curso deste rio, constatamos no século XVI e XVII um novo afluente sendo alicerçado em influências culturais e sociais, com o trabalho coletivo de matemáticos e filósofos, além da construção, edificação, estruturação e inspiração do conhecimento científico. Na esteira dessa série de eventos, vários outros sucederam-se e foram viabilizados ou confrontados por eles.

Para fechar as finalidades deste texto, a matemática parece não ser uma ciência eternizada e única, ela se constrói permitindo possibilidades distintas de olhares aos diversos problemas supostos em cada época. O rio racionalmente cavado por seus tietes nem sempre continua em uma mesma vereda: temporário ou perene, permanece com suas verdades, com seus questionamentos, com sua espontaneidade e *com seus mil acidentes que um rio natural oferece*.

Referências

ACZEL, A. **O caderno secreto de Descartes**. Rio de Janeiro: Ed. Jorge Zahar, 2007.

BACHELARD, G. **A formação do Espírito Científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BOYER, C. **História da Matemática.** São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

_______, **History of Analytic Geometry**. Mineola, New York: Dover Publications, 2004.

BRUNSCHVICG, L. **Las etapas de la Filosofia Matemática: tratados fundamentales.** Buenos Aires: Lautaro, 1945.

DESCARTES, R. **Table of Contents: Problems the construction of which Requires Only Straight Lines ans circles.** Dover Publications, Inc. New York, NY, 1925.

DEVLIN, K. **O Gene da Matemática.** Rio de Janeiro: Record, 2008.

EVES, H. W. **Introdução a História da Matemática**. Campinas, SP: UNICAMP, 1995.

GARCIA, V. Fundamentação teórica para as perguntas primárias: O que é matemática? Por que ensinar? Como se ensina e como se aprende? **Educação,** Porto Alegra, v. 32, n. 2, p. 176-184, maio./ago. 2009.

MOLINA, J. A. Lakatos como Filósofo da Matemática. **Episteme**, Porto Alegre, n. 13, p. 129-153, jul./dez.2001.

MOURA, B. A. O que é natureza da ciência e qual sua relação com a história e a filosofia da ciência? **Revista Brasileira de História da Ciência,** Rio de Janeiro, v. 7, n 1, p. 32-46, jan./jun. 2014.

OLIVA, A. **Epistemologia: a cientificidade em questão**. Campinas, SP: Papirus, 1990.

PEDUZZI, L. O.; RAICIK, A. C. **Sobre a natureza da Ciência: asserções comentadas para uma articulação com a história da Ciência.** Agosto, 2017. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina. Disponível em: www.evolucaodosconceitosdafisica.ufsc.br. Acesso em 20 dez 2018.

SILVA, J. **Filosofias da Matemática**. São Paulo: Editora Unesp, 2007.

STRUIK, D. J. **A história concisa das matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1989.

ZÚÑIGA, A. **História y Filosofia de las Matemáticas**. San Jose, Costa Rica: EUNED, 2003.